Sekundarstufe 2
Stochastik

- Mittelwert
- Standardabweichung
- Binomialkoeffizient

Material
Schreibmaterial, Taschenrechner, Stoppuhr, Sportbekleidung

Zeit
60 Minuten

Lernort
Laufbahnen auf einem Sportplatz

UNIVERSITÄT BONN — MATHEMATISCHE SPAZIERGÄNGE

Läuft bei euch!

Stochastik auf der Laufbahn

Ihr fragt euch, wie ein Sportplatz und Mathematik zusammenpassen? Ihr denkt, Laufbahnen könnt ihr nur im Sportunterricht nutzen? Dieser Mathematische Spaziergang zeigt euch, dass ihr auf dem Sportplatz eine Menge spannende Mathematik erleben könnt, die eure Köpfe ganz schön ins Schwitzen bringen kann.

Auf diesem Mathematischen Spaziergang werdet ihr erfahren, welcher Zusammenhang zwischen einem Sprint auf einer Laufbahn und der Stochastik besteht. Dabei habt ihr die Möglichkeit, euch sowohl körperlich als auch geistig so richtig auszupowern.

A1 Betrachtet die Personenanzahl in eurem Kurs und die Anzahl der Laufbahnen. Berechnet, wie viele Möglichkeiten es gibt, aus den Personen eures Kurses so viele Personen auszuwählen, wie es Laufbahnen gibt.

A2 Wählt in eurem Kurs so viele Personen aus, wie es Laufbahnen gibt. Wie viele Möglichkeiten gibt es, die ausgewählten Personen so zu verteilen, dass auf jeder Laufbahn eine Person steht?

Teilt euch nun so in Gruppen auf, dass in jeder Gruppe höchstens eine Person mehr ist als es Laufbahnen gibt.

B1 Wählt in eurer Gruppe eine Person aus, die die Zeit stoppt. Die anderen Gruppenmitglieder positionieren sich auf den Laufbahnen und laufen einen 100-Meter-Sprint, bei dem die zuvor ausgewählte Person die jeweiligen Laufzeiten stoppt und notiert.

B2 Berechnet nun den Mittelwert und die empirische Standardabweichung der gemessenen Zeiten aus Teilaufgabe **B1**. Vergleicht eure Ergebnisse mit denen anderer Gruppen. Was bedeutet eine höhere empirische Standardabweichung in Bezug auf die Laufzeiten?

B3 Führt nun einen 400-Meter-Sprint in den Gruppen durch. Stoppt wieder die Zeiten und berechnet erneut den Mittelwert sowie die empirische Standardabweichung.

B4 Vergleicht die Ergebnisse des 400-Meter-Sprints mit denen des 100-Meter-Sprints. Beträgt der Mittelwert mehr oder weniger als das Vier-

Bilder: links und mittig – lizenzfreie Fotos | rechts – Volker Lannert fache des vorherigen Mittelwerts? Wie lässt sich das erklären?

B5 Tragt nun eure Ergebnisse aus dem ganzen Kurs zusammen. Rundet die Laufzeiten auf ganze Sekunden. Erstellt eine Strichliste für die Zeiten des 400-Meter-Laufs. Berechnet nun auch hier den Mittelwert und die empirische Standardabweichung für den gesamten Kurs. Stellt die Ergebnisse anschließend in einem Histogramm dar.

C1 Wählt in eurem Kurs bis zu drei Personen aus, sodass die Anzahl der übrigen Personen durch vier teilbar ist. Die restlichen Personen sollen in Vierer-Teams aufgeteilt werden, um einen Staffellauf durchzuführen. Wie viele Möglichkeiten gibt es, solche Vierer-Teams zu bilden? Teilt euch nun so in Vierer-Teams auf, dass die Teams etwa gleich stark sind.

C2 Führt nun einen 4 x 100-Meter-Staffellauf durch. Die Personen, die nicht laufen, messen gemeinsam mit der Lehrkraft die Zeiten.

C3 Berechnet nun auch den Mittelwert und die empirische Standardabweichung der Laufzeiten aller Teams beim Staffellauf. Ist die Standardabweichung geringer als beim 400-Meter-Sprint? Woran könnte das liegen?

Wusstest du schon?

Der Binomialkoeffizient ist wie folgt definiert:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

(Man spricht: „*n* über *k*“)

Mithilfe des Binomialkoeffizienten kann man die Anzahl der Möglichkeiten bestimmen, aus *n* unterscheidbaren Objekten *k* Objekte ohne Beachtung der Reihenfolge und ohne Zurücklegen auszuwählen. Dabei nennt man *n!* die Fakultät von *n*. Es gilt: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$

Beispiel:

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot (1 \cdot 2)} = \frac{4 \cdot 5}{1 \cdot 2} = \frac{20}{2} = 10$$

Wusstest du schon?

Den Frauen-Weltrekord für den schnellsten Lauf einer Bahnrunde (400 Meter) hält eine Deutsche: 1985 lief Marita Koch beim Leichtathletik-Weltcup in Canberra (Australien) eine Bahnrunde in 47,06 Sekunden. Damals trat sie für das Team der DDR an.

Unterstützt durch:

Bild: Volker Lannert