(Un)bedingt Auto fahren?!

Wahrscheinlichkeiten am Kreisverkehr

Lösungsvorschlag

Hinweis: Diese Lösung wurde an dem Kreisverkehr "Trajektknoten" am Helmut-Schmidt-Platz in Bonn erstellt und stellt lediglich einen Lösungsvorschlag dar. Je nach Lernort weichen die Ergebnisse ab.

A1 Folgende Werte könnten ermittelt werden:

	Ein-/Ausfahrt 1	Ein-/Ausfahrt 2	Ein-/Ausfahrt 3	Ein-/Ausfahrt 4
Anzahl der einfahrenden Autos	121	7	76	40
Anzahl der ausfahrenden Autos	126	3	99	30

A2 Folgende Wahrscheinlichkeiten ergeben sich aus den obigen Daten:

(Angaben in Prozenten)	Ein-/Ausfahrt 1	Ein-/Ausfahrt 2	Ein-/Ausfahrt 3	Ein-/Ausfahrt 4
Wahrscheinlichkeit für Einfahrt	$49,59$	$2,87$	$31,15$	$16,39$
Wahrscheinlichkeit für Ausfahrt	$48,84$	$1,16$	$38,37$	$11,63$

A3 Die erhobenen Daten lassen beispielsweise folgende Interpretation zu: Die Ein-/Ausfahrt 1 wird am häufigsten genutzt und Wege von Einfahrt 3 oder 4 nach Ausfahrt 1 und umgekehrt sind typische Pendlerwege. Das könnte daran liegen, dass viele Leute in Richtung Ausfahrt 1 arbeiten und in Richtung Ausfahrt 3 wohnen oder umgekehrt.

B1 Folgende Werte könnten ermittelt werden:

	Ausfahrt 1	Ausfahrt 2	Ausfahrt 3	Ausfahrt 4	Summe
Einfahrt 1	0	3	70	48	121
Einfahrt 2	5	0	0	0	5
Einfahrt 3	54	1	3	0	58
Einfahrt 4	34	0	1	0	35
Summe	93	4	74	48	219

B2 Auf Grundlage der in Teilaufgabe **B1** erhobenen Werte können jeweils die folgende Wahrscheinlichkeiten bestimmt werden, indem wir die Anzahl der für das Ereignis günstigen Fälle durch die Anzahl aller Fälle $(= 219)$ teilen. Das Wenden tritt ein, wenn man bei der Ausfahrt rausfährt, bei der man auch reingefahren ist:

$$P(\text{Wenden}) = \frac{0+0+3+0}{219} \approx 0,0137$$

Das Fahrzeug nimmt die jeweils nächste Ausfahrt, wenn es von 1 nach 2, von 2 nach 3, von 3 nach 4 oder von 4 nach 1 fährt. Man erhält die Wahrscheinlichkeit:

$$P(\text{nächste Ausfahrt}) = \frac{3+0+0+34}{219} \approx 0,1689$$

Analog erhalten wir

$$P(\text{halber Kreis}) = \frac{70+0+54+0}{219} \approx 0,5662$$

und

$$P(\text{Dreiviertelkreis}) = \frac{48+5+1+1}{219} \approx 0,2511$$

Als Probe nehmen wir noch wahr, dass sich die vier Wahrscheinlichkeiten fast zu 1 addieren (lediglich aufgrund der Rundungen erhält man nicht genau 1). Zusätzlich sollte man sich bewusst sein, dass man bei dieser Aufgabe die Autos, die mehr als eine Runde fahren, geeignet einsortieren muss: Wer z.B. $\frac{5}{4}$ Runden fährt, den zählen wir hier beim Viertelkreis mit.

B3 Wir verwenden die Ereignisse $A =$“Fahrzeug nimmt Ausfahrt 3” und $B =$“Fahrzeug fährt bei Einfahrt 1 oder 2 rein”. Gesucht ist also die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(A|B)$. Diese beträgt

$$P(A|B) = \frac{\frac{70+0}{219}}{\frac{121+5}{219}} = \frac{70}{126} \approx 0,5556.$$

B4 Jetzt ist $P(B|A)$ gesucht. Man erhält

$$P(B|A) = \frac{\frac{70}{219}}{\frac{74}{219}} = \frac{70+0}{74} \approx 0,9459.$$

B5 Eine Abbiegespur ist nur für den Fall eines Viertelkreises sinnvoll. Auf Grundlage der hier erhobenen Daten (nur rund 17 Prozent) lohnt sich dahingehend kein Umbau. Da jedoch mehr als die Hälfte (rund 57 Prozent) aller Fahrzeuge einen Halbkreis fahren und dieser zumeist zwischen den Ausfahrten 1 und 3 vollzogen wird, könnte sich eine Unterführung unter dem Kreisverkehr hindurch lohnen. Diese kann gerade für Berufspendlerinnen und -pendler interessant sein, die geradeaus fahren. Innere Spuren für einen insgesamt erhöhten Verkehrsfluss sind prinzipiell ebenfalls denkbar.

Didaktischer Kommentar

Diese Aufgabe richtet sich an Schülerinnen und Schüler der Einführungsphase und beinhaltet typische Aufgaben des Inhaltsfeldes Stochastik. An gut zugänglichen Kreisverkehren sollen die Schülerinnen und Schüler den Verkehr an den einzelnen Ausfahrten beobachten, die Ergebnisse miteinander vergleichen und zur Grundlage stochastischer Berechnungen machen. Es ist ein Kreisverkehr mit hinreichend hohem Verkehrsaufkommen auszuwählen, der gut überschaubar ist und den Lernenden einen sicheren Standpunkt bietet.

In Aufgabenteil **A** sollen die Schülerinnen und Schüler eine erste Erhebung am Kreisverkehr vornehmen und ihre Ergebnisse tabellarisch festhalten. Nach einer Schätzung der jeweiligen Wahrscheinlichkeiten dafür, dass ein Auto eine bestimmte Ein- oder Ausfahrt nimmt, sollen sich die Schülerinnen und Schüler über ihre Ergebnisse austauschen und diese interpretieren.

Aufgabenteil **B** bietet sich als Einführung in die Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten an. Auf Grundlage einer erneuten Datenerhebung, welche dieses Mal auch berücksichtigen soll, aus welcher Ausfahrt die jeweils einfahrenden Autos wieder herausfahren, sollen die Schülerinnen und Schüler bedingte Wahrscheinlichkeiten berechnen. Die Formel für die Berechnung der bedingten Wahrscheinlichkeit wird vorgegeben und es bietet sich an, diese im anschließenden Unterricht aufzugreifen.