

Sekundarstufe 2
Analysis



- Treppenfunktion
- Obersummen
- Flächen- und Volumenberechnung

Material

Schreibmaterial, Taschenrechner, Zollstock

Zeit

90 Minuten

Lernort

Große Treppe

Funktionen einstufen

Rechnen mit Treppenfunktionen

Treppen verschaffen uns nicht nur Zugang in andere Etagen. In verschiedenen Größen und Formen dienen sie auch als Sitzgelegenheit oder haben eine ästhetische Eigenschaft. Fallen euch weitere Funktionen für Treppen ein?



Die stufenförmige Anordnung ist mathematisch sehr interessant und kann dir dabei helfen, Abschätzungen möglichst genau zu treffen. In der folgenden Aufgabe wirst du dich mit der Treppe als mathematisches Objekt auseinandersetzen.

A1  Messt die Tiefe und Höhe der Treppenstufen und zählt die Stufenanzahl.

A2 Erstelle ein geeignetes zweidimensionales Koordinatensystem für die Modellierung der Treppenstufen mit dem Fuß der Treppe im Ursprung. Hierbei soll die Tiefe der Treppenstufen auf der x-Achse und die Höhe der Treppenstufen auf der y-Achse abgetragen werden. Zeichne deine Treppe in das Koordinatensystem ein.

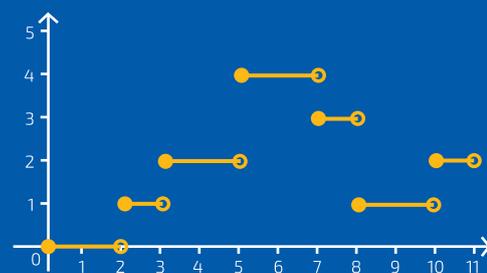
A3 Definiere für deine Treppe eine Treppenfunktion, welche die Trittflächen der Stufen beschreibt.

A4 Stell dir vor, die Treppenstufen wären nur halb so hoch und halb so tief, aber man würde mit der Treppe dennoch die gleiche Höhe überwinden. Definiere für diese Treppe eine geeignete Treppenfunktion und zeichne den Graphen ebenfalls in dein Koordinatensystem aus Teilaufgabe **A2**.

Wusstest du schon?

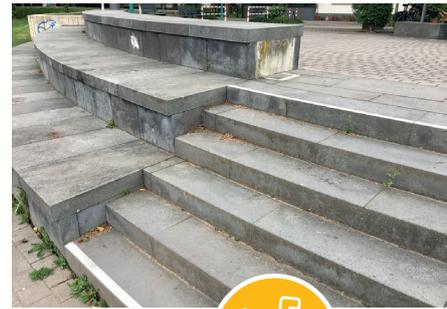
Eine Treppenfunktion ist eine besondere Funktion, die abschnittsweise konstant ist. Die einzelnen Abschnitte sehen dabei aus wie Treppenstufen. Hier siehst du ein Beispiel:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{falls } 0 \leq x < 2 \\ 1, & \text{falls } 2 \leq x < 3 \\ 2, & \text{falls } 3 \leq x < 5 \\ 4, & \text{falls } 5 \leq x < 7 \\ 3, & \text{falls } 7 \leq x < 8 \\ 1, & \text{falls } 8 \leq x < 10 \\ 2, & \text{falls } 10 \leq x < 11 \end{cases}$$





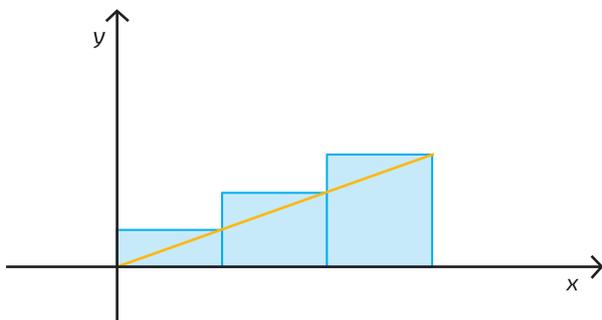
A5 Eine Ameise läuft die Treppenstufen vom Fuß bis zum Ende deiner Treppe hoch. Berechne die Länge ihres Weges. Wie lang wäre ihr Weg auf den Treppenstufen halber Höhe wie in Teilaufgabe **A4**? Vergleiche die Werte. Erkläre, was passieren würde, wenn man immer kleinere Treppenstufentiefen und -höhen wählt.



Damit Eltern mit Kinderwagen die Treppe ebenfalls nutzen können, soll ein Teil der Treppenstufen abgetragen und durch eine schiefe Ebene (Rampe) ersetzt werden. Hierzu muss die Menge des benötigten Betons berechnet werden.

Die maximale Steigung maximal sechs Prozent betragen darf. Wie groß ist die prozentuale Steigung der modellierten Rampe? Macht euch Gedanken dazu, wie man Barrierefreiheit an eurer Treppe baulich umsetzen kann.

B1 Bestimme zunächst die Querschnittsfläche unterhalb der Treppenstufen. Bestimme außerdem die Querschnittsfläche für die Stufen halber Höhe aus Teilaufgabe **A4**. Erkläre, wie sich die Werte zueinander verhalten und was du hieraus schließen kannst. In der Abbildung siehst du ein Beispiel für die Querschnittsfläche (blau) und die Rampe (gelb):



B5 Wenn in Teilaufgabe **B4** eine neue Rampe entworfen wurde, dann bestimme auch deren Querschnittsfläche.

B6 Rollstuhlrampen müssen eine Breite von mindestens 1,20 Metern aufweisen und auch bei Kinderwagenrampen ist dies eine sinnvolle Breite. Überprüfe, ob so eine Rampe an deiner Treppe gebaut werden kann. Bestimme für eine Breite von 1,20 Metern jeweils das Volumen des neu zu bauenden Betonkörpers für deine in Teilaufgabe **B2** und Teilaufgabe **B4** entworfenen Rampen. Berechne jeweils die Materialkosten für den benötigten Beton bei einem Preis von 95 Euro pro Kubikmeter.

B2 Berechne den exakten Flächeninhalt, welcher der dreieckigen Querschnittsfläche unterhalb der Rampe entspricht. Welche der Näherungen aus Teilaufgabe **B1** ist besser?

B3 Der Steigungswinkel des Fundaments, also der Winkel zwischen dem Boden und der geplanten Kinderwagenrampe, soll zwischen 15 und 30 Grad liegen. So kann eine angenehme und sichere Nutzung gewährleistet werden. Bestimme den Steigungswinkel und vergleiche diesen mit den angegebenen Werten.

B4  Die Stadt möchte auch Personen mit Rollstuhl eine barrierefreie Nutzung des Plateaus ermöglichen. Für sie gilt allerdings, dass die Stei-

Wusstest du schon?



Die längste Treppe der Welt verläuft neben der Niesenbahn, einer Standseilbahn in der Schweiz. Aus Sicherheitsgründen ist das Betreten der Treppe verboten – außer einmal im Jahr, wo die Treppe für den Niesen-Treppenlauf zugänglich gemacht wird. Sportbegeisterte können bei diesem Wettlauf die 11.674 Stufen erklimmen und überwinden dabei 1.643 Höhenmeter.

Unterstützt durch:

hausdorff
CENTER FOR MATHEMATICS

JOACHIM
HERZ
STIFTUNG

