

Sekundarstufe 2
Analysis und Geometrie

- Flächeninhalte
- Ober- und Untersummen



Material

Schreibmaterial, Taschenrechner, Zollstock, Kreide

Zeit

60 Minuten

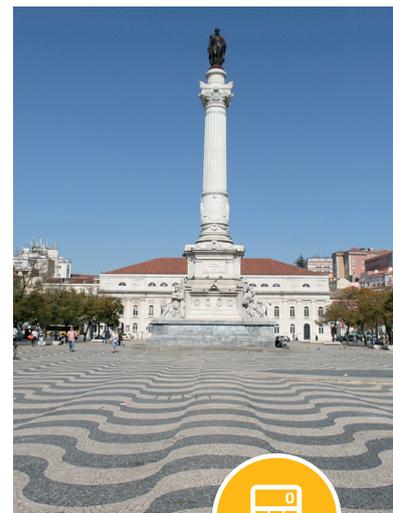
Lernort

Fläche auf dem Fußboden, die durch eine Strecke und eine darüberliegende (gegebenenfalls nach oben verschobene) Kurve begrenzt wird (siehe Foto unten)

Im Grunde muss das Eckige ins Runde

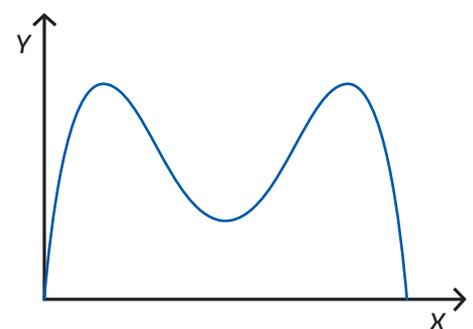
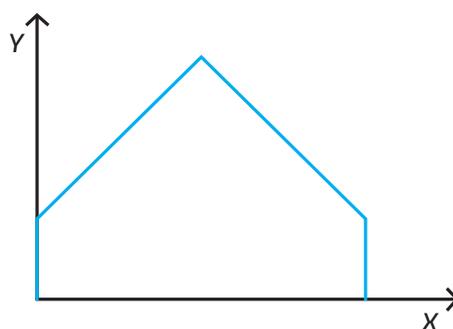
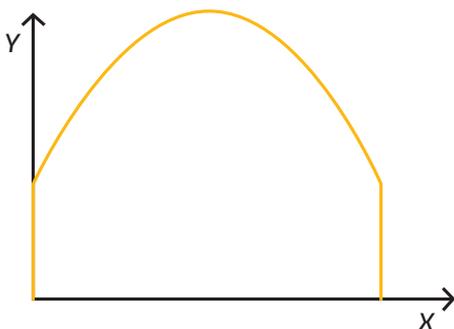
Flächen unterhalb von Funktionsgraphen berechnen

Mit verschiedensten Steinen kann man tolle Muster an Böden und Wänden gestalten. Schon in der Antike verzierten Griechen und Römer mit Mosaiken ihre Gebäude. Dabei müssen die Steine an die unterschiedlichen Flächen angepasst werden. Oft sind Mosaiken nicht nur auf rechteckigen Flächen angebracht, sondern auch auf Bögen oder Säulen. Wo hast du schon einmal bunte Fliesenmuster gesehen?



Im Folgenden wollen wir die grauen Steinplatten unserer Form bunter gestalten. Dazu müssen wir zunächst die Maße der Fläche kennen. Wir wählen dazu die Strecke als x-Achse und den Rest des Randes als Funktion in Abhängigkeit des Arguments x (siehe Abbildungen).

A1 Überlegt euch Möglichkeiten, wie ihr den Flächeninhalt zwischen Funktionsgraph und x-Achse abschätzen könnt, indem ihr die zu berechnende Fläche in bekannte Formen einteilt, deren Flächeninhalte sich leicht berechnen lassen.



sen. Bestimmt anhand eurer Überlegungen den ungefähren Wert des Flächeninhaltes.

Im Folgenden wollen wir mehrfach die gesuchte Fläche durch Summen von Rechteckflächen abschätzen. Dabei sollen die Rechtecke nebeneinander so angeordnet werden, dass die Rechteckbreiten zusammen genau den relevanten Bereich der x -Achse abdecken.

A2  Zeichnet zehn Rechtecke mit Kreide auf die Form am Boden. Dabei sollen die Rechtecke die Fläche vollständig umschließen.

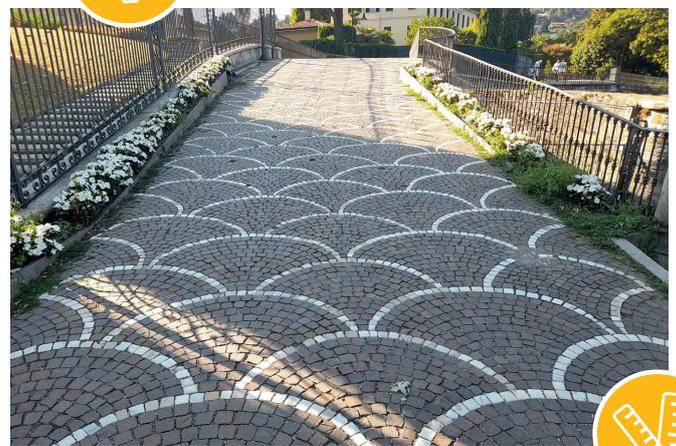
A3  Zeichnet mit einer zweiten Farbe weitere Rechtecke der gleichen Breite wie in Teilaufgabe **A2** in die Form am Boden. Diesmal sollen die Rechtecke vollständig in der Fläche enthalten sein.

A4  Berechnet mithilfe der Vorbereitungen aus den Teilaufgaben **A2** und **A3** eine obere und eine untere Abschätzung für die gesuchte Fläche.

A5  Wiederholt das Vorgehen aus den Teilaufgaben **A2** bis **A4**, diesmal aber mit den jeweils halben Rechteckbreiten. Dabei verdoppelt sich die Anzahl eurer Rechtecke. Was stellt ihr fest?

A6  Wir wollen nun die Annäherung an den tatsächlichen Flächeninhalt weiter verbessern. Überlegt euch, welche verschiedenen Möglichkeiten ihr habt.

- Wie wirken sich die Rechteckbreite beziehungsweise die Rechteckanzahl auf den Flächeninhalt aus?
- Welchen Funktionswert nehmt ihr jeweils für die Höhe eines Rechtecks?



A7  Stellt euch vor, die Fläche soll nun durch ein zweifarbigen Mosaik aus quadratischen Fliesen verschönert werden. Wie würdet ihr die Größe der Fliesen wählen? Begründet und zeichnet das Muster auf eurer Fläche ein.

A8 Berechne den Flächeninhalt der Mosaik in der jeweiligen Farbe.

Hinweis: Wenn ihr irgendwo nicht zeichnen könnt / dürft, könnt ihr die Fläche auch mit DIN-A4-Seiten oder ähnlichem auslegen.

Unterstützt durch:

hausdorff
CENTER FOR MATHEMATICS

JOACHIM
HERZ
STIFTUNG

