

Sekundarstufe 2
Analysis



- Modellierung von Polynomen
- momentane und mittlere Steigung

Material

Schreibmaterial, grafikfähiger Taschenrechner, mehrere Zollstöcke, Maßband

Zeit

75 Minuten

Lernort

Ein Spielplatz mit einer Rutsche. Für Aufgabenteil **A** wird eine freistehende Rutsche mit flachem Start- und Endpunkt benötigt (vgl. Foto). Für Aufgabenteil **C** (optional) wird eine Rutsche mit verschiedenen Steigungen benötigt.

Polynome in einem Rutsch

Steigungen am Spielplatz

Spielplätze sind ein unverzichtbarer Ort für Kinder – vor allem in Großstädten. Sie haben für die physische und psychische Entwicklung von Kindern eine hohe Bedeutung, sind aber auch beliebt als sozialer Treffpunkt für Familien. Kannst du dir vorstellen, dass für die Planung eines Spielplatzes eine ganze Menge Mathematik benötigt wird? Ein Beispiel dafür wirst du in dieser Aufgabe kennenlernen!



In Deutschland unterliegen öffentliche Spielplätze strengen Auflagen beim Bau und im Betrieb. Einmal im Jahr muss eine Hauptinspektion durch eine Spielplatzprüferin oder einen Spielplatzprüfer vorgenommen werden, bei der alle Geräte kontrolliert werden. In dieser Aufgabe wollen wir die Rutschen eines Spielplatzes mathematisch genauer unter die Lupe nehmen.

Der Startpunkt der Rutsche habe die Koordinaten $(0, h)$, wobei h die Höhe der Rutsche ist. Die x -Achse verlaufe am Fußboden unterhalb der Rutsche. Der Endpunkt der Rutsche habe die Koordinaten (s, k) , wobei s der in x -Richtung zurückgelegte Weg ist und k die Höhe am Endpunkt der Rutsche. Als Einheit wählen wir Meter.



A1 Bestimmt durch Messungen die mittlere Steigung vom Anfang bis zum Ende der Rutsche. Berechne außerdem die mittlere Steigung im Intervall $[\frac{s}{2} - \frac{1}{4}, \frac{s}{2} + \frac{1}{4}]$ um den Mittelpunkt der Rutsche.

A2 Gib mithilfe der Ergebnisse aus Teilaufgabe **A1** die prozentuale Abweichung der mittleren Steigung um den Mittelpunkt von der mittleren Steigung der gesamten Rutsche an.

Das seitliche Profil der Rutsche soll näherungsweise durch den Graphen einer ganzrationalen Funktion f dritten Grades modelliert werden. Der Anfangs- und der Endpunkt der Rutsche sollen dabei die Extrempunkte von f sein.

Begeht euch zu einer geeigneten Rutsche. Wir stellen uns nun folgendes zweidimensionales Koordinatensystem in der Rutschenebene vor:



C1  Bestimmt auch hier mithilfe von Messungen die mittlere Steigung der gesamten Rutsche.

Hinweis: Falls sich die Rutsche auf einem Hang befindet und sich die Höhe nicht so einfach messen lässt, kann euch der Satz des Pythagoras helfen.

C1 Gibt es Stellen an der Rutsche, an denen die momentane Steigung sehr stark von der mittleren Steigung der gesamten Rutsche abweicht? Warum ist das so? Wann sind momentane Steigung und mittlere Steigung ähnlich groß und wann weichen beide Werte stark voneinander ab?

B1 Bestimme die notwendigen Bedingungen für die Polynomfunktion f , indem du charakteristische Punkte der Rutsche ausmisst. Stelle anschließend das zugehörige lineare Gleichungssystem zur Bestimmung der Funktionsgleichung auf.

B2 Löse das zugehörige lineare Gleichungssystem mit deinem grafikfähigen Taschenrechner und gib die Funktionsgleichung für f an.

B3 Spielplatzrutschen sollen an keiner Stelle steiler als 60° gegen die Horizontale geneigt sein. Überprüfe, ob die Rutsche dieser Anforderung entspricht, indem du die Steigung an der steilsten Stelle bestimmst und anschließend den Steigungswinkel berechnest.

Für den folgenden Aufgabenteil wird eine weitere Rutsche mit verschiedenen Steigungen benötigt. Begeht euch nun zu der zweiten Rutsche.



Wusstest du schon?



Die technischen Anforderungen an Geräte auf dem Spielplatz sind europaweit streng geregelt und dienen der Sicherheit der Kinder. So wird unter anderem bestimmt, wie weit die Geräte auseinander stehen müssen, wie groß die Gummimatten unter den Schaukeln sein müssen oder wie hoch eine Wippe sein darf. Spielplätze werden auf Einhaltung dieser Normen geprüft und müssen regelmäßig gewartet werden.

Unterstützt durch:

hausdorff
CENTER FOR MATHEMATICS

JOACHIM
HERZ
STIFTUNG

