

Sekundarstufe 2
Analysis



- Quadratische Funktionen
- Halbkreise
- Flächenberechnung
- Integration von Polynomen

Material

Schreibmaterial, Taschenrechner, Zollstock

Zeit

90 Minuten

Lernort

Objekte und Fassaden mit parabelförmigen Formen und Ausschnitten (siehe Fotos und Skizzen)

Hast du den Bogen raus?

Parabeln und Halbkreise

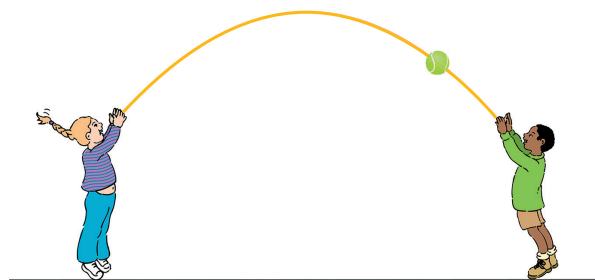
In deiner Stadt hast du sicher schon Bögen in unterschiedlichen Formen gesehen. An Toren oder Brücken sorgt die Rundung für Stabilität. Bei Dächern oder Deckeln von Mülltonnen bewirkt die Krümmung, dass Regenwasser abfließen kann. Fallen dir noch andere Objekte mit einer gebogenen Form ein?





In dieser Aufgabe wirst du verschiedene gebogene Kurven aus deiner Umgebung modellieren und dann die Fläche unter der Kurve geschickt berechnen. Handwerkerinnen und Handwerker arbeiten manchmal mit diesen Angaben, um die richtige Menge an Farbe oder Putz zu verwenden.

Führt das Experiment anschließend noch zweimal durch. Dabei variiert ihr aber die Wurfhöhe. Was passiert mit der Parabel?

A1 Notiere die allgemeine Funktionsvorschrift einer quadratischen Funktion in Abhängigkeit der reellen Variablen x und der reellen Konstanten $a, b, c, a \neq 0$, welche du aus dem Unterricht kennst. Bringe die Darstellung in Scheitelpunktform und gib den Scheitelpunkt in Abhängigkeit von a, b und c an.



A2  Findet euch in Dreiergruppen zusammen. Zwei ungefähr gleich große Gruppenmitglieder stellen sich vor einer Wand in einem Abstand von zwei Metern gegenüber auf. Während ihr euch nun einen Gegenstand im Stehen von unten zuwerft, beobachtet das dritte Mitglied der Gruppe, wo der Gegenstand den höchsten Punkt erreicht. Messt die maximale Wurfhöhe und weitere nötige Messwerte, um den Wurf als Parabel modellieren zu können. Macht eine Skizze des Versuchsaufbaus in einem Koordinatensystem, tragt die gemessenen Höhen ein und führt die Modellierung der Flugbahn als Parabel durch.

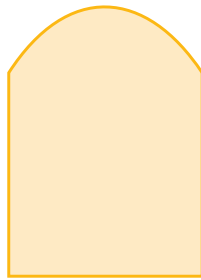
A3  Diskutiert den Unterschied zwischen einer Parabel- und einer Halbkreismodellierung. Betrachtet hierfür die Funktionen $g(x) = -x^2 + 1$ und $h(x) = \sqrt{1-x^2}$ und zeichnet deren Graphen in ein Koordinatensystem ein.

Weißt du noch?

Den Flächeninhalt A_{Kreis} eines Kreises berechnest du mit der Formel $A_{\text{Kreis}} = \pi \cdot r^2$. Dabei ist r der Radius des Kreises.




Sucht euch für den nächsten Aufgabenteil einen Gegenstand, dessen Seitenfläche ungefähr folgende Form besitzt:



Beispiele sind:



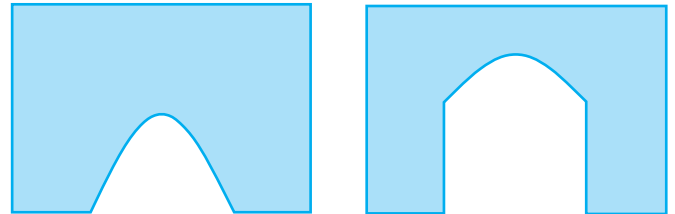
B1  Vermesst euer Objekt, wählt einen geeigneten Maßstab und fertigt eine Skizze der Seitenfläche an. Besitzt euer Gegenstand noch andere Flächen? Erstellt auch hiervon jeweils eine Skizze.


B2 Entscheide mithilfe deiner Erkenntnisse aus Teilaufgabe **A3**, ob sich die Wölbung der oberen Kante besser als Halbkreis oder als Parabel modellieren lässt. Notiere dir anschließend entweder den Radius des Kreises oder stelle mithilfe der Erkenntnisse aus Teilaufgabe **A2** eine quadratische Funktionsgleichung auf.

B3 Stelle dir vor, deine Stadt möchte den von euch ausgewählten Gegenstand verschönern. Ein Graffiti-Künstler plant daher, jede Fläche von außen mit einem hellen Blau zu grundieren. Er veranschlagt, dass pro Quadratmeter 200 Milliliter Sprayfarbe benötigt werden. Die Spraydosen gibt es in den Größen 200, 400 oder 800 Milliliter. Wie viele Spraydosen von welcher Größe muss er kaufen, um möglichst wenig Farbe übrig zu haben?


Hinweis: Berechne dafür die gesamte Oberfläche eures Gegenstandes.

Sucht euch für den nächsten Aufgabenteil eine rechteckige Fassade mit einem parabelförmigen Ausschnitt. Ihr könnt euch an folgender Skizze oder an den Fotos am Anfang der Aufgabe orientieren:



C1  Versucht durch geeignete Messungen oder Schätzungen die beiden Randpunkte und den höchsten Punkt der Kurve zu bestimmen.

C2 Entscheide mithilfe der Erkenntnisse aus Teilaufgabe **A3**, ob sich die Wölbung der oberen Kante als Halbkreis oder als Parabel modellieren lässt. Notiere dir entweder den Radius des Kreises oder stelle mithilfe deiner Erkenntnisse aus Teilaufgabe **A2** eine quadratische Funktionsgleichung auf.

C3  Messt oder schätzt auch die gesamte Breite und Höhe der rechteckigen Fassade.

C4 Stelle dir vor, die alte Mauer soll einen neuen Fassadenanstrich erhalten (hellblaue Fläche in der Zeichnung). Berechne den Flächeninhalt eurer Fassade. Ein Malerunternehmen kalkuliert mit 25 Euro pro Quadratmeter. In welcher Höhe wird das Angebot liegen?



Wusstest du schon?

Zum Streichen einer Backsteinwand sollte am besten eine elastodynamische Farbe gewählt werden. Diese kann Risse in den Backsteinen gut auffüllen, ist zudem wasserabweisend und dient dem Schutz der Fassade.

Unterstützt durch:

hausdorff
CENTER FOR MATHEMATICS

JOACHIM
HERZ
STIFTUNG

