

Sekundarstufe 2
Analysis



- Kurvendiskussion
- Steckbriefaufgaben
- Ableitungen und Extrema von Polynomen
- Tangenten

Material

Schreibmaterial, grafikfähiger Taschenrechner, Zollstock oder Maßband

Zeit

90 Minuten

Lernort

S-förmige Liegebank, z. B. in einem Park

Auf Kurven sonnen

Modellierung einer Liegebank

Neben klassischen Bänken kannst du in vielen Parks moderne Liegebänke finden, die zum Verweilen einladen. Häufig sind diese in Richtung Süden ausgerichtet, sodass du dort die Sonne genießen kannst. Wusstest du, dass sich Sonne und Licht auf unsere Gesundheit auswirken können? Bei direkter Sonneneinstrahlung kann der menschliche Körper Vitamin D bilden, welches unter anderem für den Knochenaufbau eine wichtige Rolle spielt. Trotzdem solltest du nicht zu lange ungeschützt in der Sonne verweilen, um keinen Sonnenbrand zu bekommen.



Betrachtet genau, welche Kurve das Profil eurer Bank beschreibt. In dieser Aufgabe werdet ihr zwei verschiedene Funktionen modellieren, die die Profilkurve unterschiedlich gut annähern.

A1 Notiere die allgemeine Funktionsvorschrift eines Polynoms dritten Grades in Abhängigkeit der Variablen $x \in \mathbb{R}$ und der Konstanten $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, welche du aus dem Unterricht kennst. Bilde die ersten drei Ableitungen.

Im Folgenden werdet ihr die Profilkurve der Bank als Funktionsgraph in ein zweidimensionales Koordinatensystem übertragen.

A2  Wählt gemeinsam einen Punkt als Koordinatenursprung und bereitet ein passendes Koordinatensystem in eurem Heft vor. Die x -Achse soll die Horizontalentfernung in Dezimetern und die y -Achse die Höhe in Dezimetern darstellen.

A3  Misst anschließend mindestens vier Punkte aus, durch die sich die Profilkurve der

Bank gut beschreiben lässt. Notiert eure Ergebnisse in einer Tabelle der folgenden Form:

Horizontalentfernung (dm)	Höhe (dm)

A3

A4  Überträgt die Punkte in euer vorbereitetes Koordinatensystem und skizziert die Profilkurve eurer Bank. Welche Eigenschaften hat die Funktion? Wo ist sie (streng) monoton steigend, wo (streng) monoton fallend?

B1 Finde ein Polynom dritten Grades f_1 , das die Profilkurve der Bank annähert. Formuliere dazu vier Bedingungen an die Funktion, übersetze diese in mathematische Gleichungen und löse anschließend das entstehende lineare Gleichungssystem.

B2 Bestimme rechnerisch die Extrempunkte der Funktion f_1 sowie den Schnittpunkt von f_1 mit der y-Achse. Überprüfe deine Rechnung durch eine Messung vor Ort. Wie kannst du dir mögliche Abweichungen erklären?

B3 Finde ein Polynom fünften Grades f_2 , das die Profilkurve der Bank noch besser approximiert.

Dabei sollen

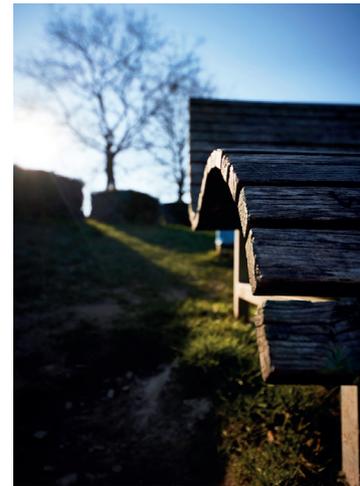
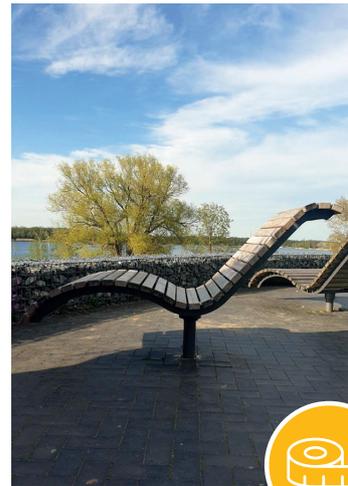
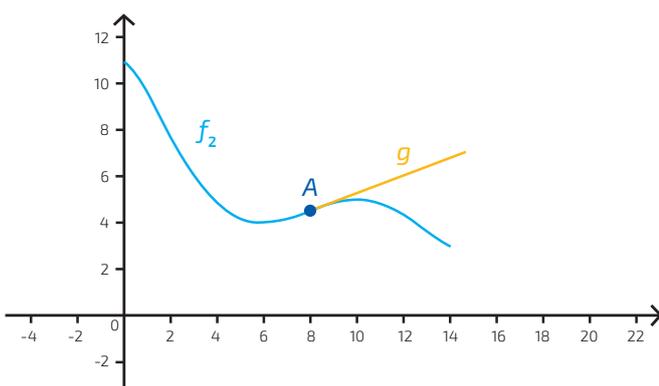
- neben dem Start- und Endpunkt der Profilkurve der Bank auch beide Extrempunkte getroffen werden und
- die beiden Extremstellen zugleich Nullstellen der ersten Ableitung sein.

Löse anschließend das entstehende lineare Gleichungssystem.

B4 Überprüfe an den beiden Wendestellen der Profilkurve, wie gut die neue Funktion den Verlauf der Bank annähert. Führe dazu notwendige Messungen vor Ort durch.

Von nun an verwenden wir deine in Teilaufgabe **B3** aufgestellte Funktion für die weitere Betrachtung.

C1 Stelle dir vor, ein Designer oder eine Designerin möchte die Liegebänke baulich so verändern, dass sich das Fußende ab dem Wendepunkt A als lineare Funktion beschreiben ließe (siehe Abbildung). Bestimme die Funktionsvorschrift der linearen Funktion g .



C2 Wäre die Sitzposition der neuen Bank bequem? Hebt eure Beine abwechselnd in die in Teilaufgabe **C1** beschriebene Position.

C3 Nun dürft ihr selbst kreativ werden! Entwerft eine eigene Bankform, die ihr für besonders gemütlich haltet. Zeichnet den Verlauf der neuen Profilkurve in ein Koordinatensystem und bestimmt eine Funktionsgleichung, die die Profilkurve eurer Bank möglichst gut approximiert.



Wusstest du schon?

Um Hauterkrankungen und den Verlust der Hautelastizität zu verhindern, solltest du deinen Körper nicht zu lange der direkten Sonneneinstrahlung aussetzen. Die gesunde Dauer eines ungeschützten Sonnenaufenthalts ist abhängig vom individuellen Hauttyp. Nach einer offiziellen Empfehlung des Bundesamtes für Strahlenschutz sollten sich beispielsweise Menschen mit sehr heller Haut nur 5 bis 10 Minuten ohne Schutz in der Sonne aufhalten.

Unterstützt durch:

hausdorff
CENTER FOR MATHEMATICS

JOACHIM
HERZ
STIFTUNG

