Sekundarstufe 2
Lineare Algebra

- Addition von Vektoren
- Multiplikation von Vektoren mit Skalaren
- Länge von Vektoren

Material
Maßband / Zollstock, Schreibmaterial, Fußbälle, Taschenrechner

Zeit
90 Minuten

Lernort
Bolz- oder Fußballplatz mit Spielfeldmarkierungen

Vektooor!

Analytische Geometrie auf dem Bolzplatz

Auf dem Fußballplatz lässt sich eine Menge Mathematik entdecken. Sie begegnet uns bei genormten Platz- und Tor-Maßen, Videoanalysen, Flugbahnen oder Aufstellungen. Auch der Ball, der aus Fünf- und Sechsecken zusammengenäht ist, motiviert geometrische Fragestellungen. Es lohnt sich also, sich auch einmal mit dem mathematischen Blick auf dem Fußballplatz umzuschauen.

Heute wollen wir hier auf dem Bolzplatz mithilfe der Vektorrechnung unser Passspiel optimieren, sodass wir auch die beste Verteidigung überwinden können. Bildet dazu Zweiergruppen, in denen ihr später immer wieder gemeinsam Doppelpässe spielen werdet.

A1 Vermesst zunächst das Tor. Wie breit, wie hoch und wie tief ist es?

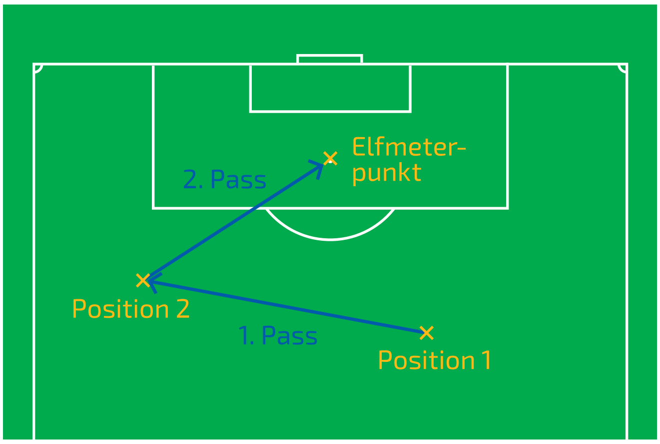
A2 Der Fußpunkt des linken Pfostens des Tores soll den Ursprung eures Koordinatensystems bilden. Die Koordinatenachsen sollen wie in der nebenstehenden Abbildung verlaufen. Legt eine geeignete Skalierung für das Koordinatensystem fest.

A3 Bei welchen Koordinaten befinden sich dann das rechte Winkelkreuz (der Schnittpunkt des Pfostens und der Latte) und die beiden nahe-

Bilder: oben links und unten – lizenzfreie Fotos | oben mittig und oben rechts – Volker Lannert

gelegenen Ecken des Spielfeldes? Gibt es einen Sieben- oder einen Elfmeterpunkt? Durch welche Koordinaten ist dieser Punkt gegeben?

B1 Wir wollen jetzt einen Doppelpass vor einem der Tore spielen. Stellt euch dazu, wie in der folgenden Abbildung zu sehen, außerhalb eines Strafraums auf dem Spielfeld auf und markiert eure Positionen. Bestimmt die Koordinaten eurer Positionen.



B2 Spielt einen ersten Pass von Position 1 zu Position 2 und einen zweiten Pass von Position 2 zum Sieben- / Elfmeterpunkt. Durch welche Vektoren kann man die beiden Pässe jeweils darstellen?

B3 Schießt nun von dem Sieben-/Elfmeterpunkt aus in das Winkelkreuz oben rechts. Berechnet mithilfe der Koordinaten aus Teilaufgabe **A3** den Vektor zwischen Start- und Endpunkt dieses Schusses.

B4 Benutzt eure Ergebnisse aus den Teilaufgaben **B2** und **B3**, um den Vektor zwischen Start- und Endpunkt eines direkten Schusses von Position 1 in den Winkel zu berechnen.

Nun wollen wir weitere Spielsituationen darstellen. Probiert die Schüsse aller weiteren Teilaufgaben vor Ort aus!

C1 Die gegnerische Verteidigung versucht euer Doppelpassspiel zu unterbrechen. Ihr müsst dem ersten Pass entgegenkommen, um ihn vor der Verteidigung zu erreichen. Dazu darf der erste Pass nur halb so lang sein wie zuvor. Berechnet den Vektor dieses Passes mithilfe der Ergebnisse aus Teilaufgabe **B2**.

C2 An welchen Koordinaten nehmt ihr dann den ersten Pass an und spielt den Rückpass? Welcher Vektor beschreibt jetzt den Vektor zwischen Start- und Endpunkt des zweiten Passes?

C3 Jetzt hat die Verteidigung auch den kurzen Pass gedeckt. Um die Verteidigung zu überwinden, müsst ihr den Ball lang und hoch spielen. Dieses Mal soll der Ball von Position 1 aus in Richtung Position 2 und zusätzlich nach oben auf eine Höhe von 3 Metern gespielt werden. Der Vektor zwischen Start- und Endpunkt des Schusses soll dabei doppelt so lang sein wie in Teilaufgabe **B2**. Bestimmt diesen Vektor. Rundet, falls nötig.

C4 Würde der Schuss aus Teilaufgabe **C3** nach euren Berechnungen schon im Seitenaus landen? Falls ja, findet einen Streckfaktor für den ersten Pass, mit dem ihr noch innerhalb des Spielfeldes bleibt.

Hinweis: *Mithilfe der Koordinaten aus Teilaufgabe* ***A3*** *könnt ihr die Seitenlinie mathematisch beschreiben.*

D1 Spielt zum Abschluss eine Runde Sieben-/ Elfmeterschießen mit allen, die Lust dazu haben. Schätzt jeweils, wo der Ball auf das Tor trifft und bestimmt den Vektor zwischen Start und Endpunkt eures Schusses. Wie lang ist dieser Vektor jeweils?

Weißt du noch?

Die Länge eines Vektors $\vec{v}$ im dreidimensionalen Raum kann mit folgender Formel berechnet werden:

Sei $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$.

Dann ist die Länge des Vektors $|\vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$.

Diese Formel lässt sich mit dem Satz des Pythagoras begründen.

Wusstest du schon?

Der Strafraum befindet sich vor beiden Toren und wird durch Linien auf dem Spielfeld begrenzt. In diesem Bereich gelten andere Spielregeln als auf dem restlichen Platz.
Auch wenn Fußballfelder überall leicht verschiedene Abmessungen haben können, gibt es für Fußballplätze, auf denen Wettbewerbe ausgetragen werden, meist genormte Längen. Der Deutsche Fußball-Bund hat zum Beispiel folgende Wettbewerbsstandards für Tore festgelegt: Ein Tor besteht aus zwei senkrechten Torpfosten, die an ihrem oberen Ende durch eine Querlatte verbunden sind. Es steht mittig zwischen den beiden Ecken des Spielfeldes, der Abstand zwischen den Innenseiten der Torpfosten beträgt 7,32 Meter und die Unterkante der Querlatte ist 2,44 Meter vom Boden entfernt.

Unterstützt durch: Hausdorff Center for Mathematics, Joachim Herz Stiftung

Bild: lizenzfreies Foto