Sekundarstufe 2
Lineare Algebra

- Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen
- Geraden- und Ebenengleichungen
- lineare Gleichungssysteme

Material
Schreibmaterial, Zollstock / Maßband, Taschenrechner

Zeit
90 Minuten

Lernort
Schaukelgerüst mit Pfosten, die zu einem Dreieck zulaufen

UNIVERSITÄT BONN | MATHEMATISCHE SPAZIERGÄNGE

Grundgerüst der analytischen Geometrie

Geraden und Ebenen an der Schaukel

Schaukeln kennst du mit Sicherheit schon seit deiner Kindheit. Doch hast du diese auch schon einmal aus einem mathematischen Blickwinkel betrachtet? An einem Schaukelgerüst kannst du jede Menge analytische Geometrie entdecken und dein räumliches Vorstellungsvermögen verbessern.

Damit du dein Schaukelgerüst mathematisch betrachten kannst, ist es sinnvoll, dieses in einem dreidimensionalen Koordinatensystem darzustellen. In der gesamten Aufgabe soll das Koordinatensystem wie in der Abbildung gewählt sein.

Die Gerüstträger kannst du vereinfacht als Geraden im Raum interpretieren.

A1 Ermittelt anhand der Abbildung und geeigneter Messungen die Koordinaten der Punkte A, D und E (in Dezimetern).

A2 Führt geeignete Messungen durch und nutzt Symmetrieeigenschaften, um die Koordinaten der Punkte B, C und F zu berechnen.

B1 Zeige, dass die Gerüstträger mit dem Boden ein gleichschenkliges Dreieck bilden. Dafür darfst du dir eine Seite des Schaukelgerüstes aussuchen (ΔADE oder ΔBCF). Überprüfe dein Ergebnis durch Nachmessen.

B2 Bei vielen Schaukelgerüsten sind die beiden Ebenen, in denen die beiden Dreiecke liegen,

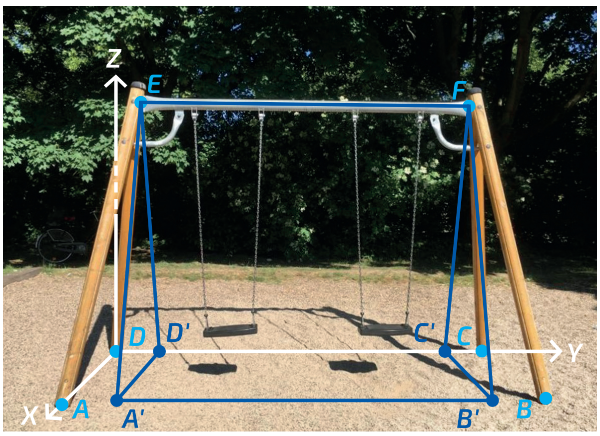
nicht parallel zueinander, sondern gegeneinander geneigt. Ist dies auch bei deinem Schaukelgerüst der Fall? Begründe deine Antwort.

B3 Falls die beiden Ebenen auch bei deiner Schaukel gegeneinander geneigt sind, berechne, in welcher Höhe sich die beiden Ebenen schneiden würden. Bestimme auch die Schnittgerade.

B4 Stelle dir vor, dass über das gesamte Schaukelgerüst eine Plane gespannt wird. Berechne das Volumen des entstehenden Körpers.

Hinweis: *Falls du in Teilaufgabe **B2** herausgefunden hast, dass die beiden Dreiecke nicht parallel zueinander sind, zerlege den Körper in Teilkörper, deren Volumen du gut berechnen kannst.*

Betrachte für den folgenden Aufgabenteil das Prisma, welches in der folgenden Abbildung blau eingezeichnet ist.



C1 Überlege, welches die Grundfläche des Prismas ist und bestimme die Koordinaten der Punkte *A'*, *B'*, *C'* und *D'* (siehe Abbildung).

C2 Das Prisma soll nun von einer Ebene durch die Punkte *B'*, *C'* und *E* geschnitten werden. Gib eine Gleichung dieser Ebene an.

C3 Die Schnittebene aus Teilaufgabe **C2** zerlegt das Prisma in zwei Teilkörper. Welche Körper sind dies? Begründe, dass die Teilkörper nicht volumengleich sind.

Weißt du noch?

Das Volumen eines Prismas berechnet sich mithilfe der Formel

V_{Prisma} = Grundfläche · Höhe

Die Formel zur Berechnung des Volumens einer Pyramide lautet

$V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3}$ · Grundfläche · Höhe

C4 Wähle einen beliebigen Standort auf der *y*-Achse und gib die Koordinaten deines Standortes an. Überprüfe rechnerisch, ob du an diesem Standort im aufrechten Stand unter die Schnittebene aus Teilaufgabe **C2** passen würdest.

C5 Bestimme anschließend die Koordinaten des Standpunktes, an dem du gerade so noch unter die Schnittebene passen würdest.

Unterstützt durch:
hausdorff CENTER FOR MATHEMATICS
JOACHIM HERZ STIFTUNG