MATHEMATISCHE SPAZIERGÄNGE IN

SIEGBURG

50°47'47,3"N 7°12'40,1"O

Lernheft für die Sekundarstufen I+II

hausdorff center for mathematics

UNIVERSITÄT BONN

Grußwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,
liebe Lehrerinnen und Lehrer,

vor euch liegt ein kleines Heft, das mit sehr viel Liebe zum Detail von Lehramtsstudierenden der Mathematik an der Universität Bonn entworfen und gestaltet wurde. Sie möchten euch dazu einladen, Mathematik im Alltag zu entdecken und dabei die Freude an neuen Erkenntnissen und tieferem Verständnis zu erleben, die auch die Forscher*innen der Universität Bonn immer wieder beflügelt. Die Spaziergänge sollen das an euch gerichtete und vielfältige Wissenschaftsangebot im Rahmen der jungen Uni, wie beispielsweise die Kinderuni, die Wissenschaftsrallyes oder auch das Frühstudium (FFF), weiter ergänzen. Wer sich mit dieser Broschüre auf den Weg macht, der wird, davon bin ich überzeugt, in Zukunft seine Umwelt mit anderen Augen betrachten und vielleicht auch eine ganz neue Einstellung zur Mathematik entwickeln.

Wozu kann man sie nicht alles brauchen! Was hatten Menschen vor Jahrtausenden nicht schon für Ideen, um die ihnen gestellten Aufgaben mithilfe mathematischer Zusammenhänge zu lösen! Und was sind das doch für spannende Regeln, die sich als mathematische Formeln beschreiben lassen, denen die Natur in so vielen Fällen folgt! Und warum sie dies tut, das erfahrt ihr nebenbei auch noch.

So lädt dieses kleine Heft euch zur Beschäftigung mit der Mathematik ein. Ihr werdet unter anderem architektonische Fragestellungen beantworten, tolle Orte am Michaelsberg erkunden, Verkehrsknotenpunkte unter die Lupe nehmen und stadtplanerisch tätig werden. Dass ihr zusätzlich in der schönen Stadt Siegburg so manche Details entdecken werdet, an denen ihr wahrscheinlich, wie auch ich bisher, achtlos vorbeigegangen seid, ist nur ein weiterer schöner Nebeneffekt.
Ich wünsche euch viel Spaß dabei.

Prof. Dr. Karin Holm-Müller
Prorektorin für Studium und Lehre

Bonn, 2020

Liebe Schülerinnen und Schüler, liebe Lehrerinnen und Lehrer,

Mathematik lässt sich erleben und entdecken – überall um uns herum! Mit dem Projekt „Mathematische Spaziergänge in Siegburg“ möchten wir Sie dazu ermuntern, Mathematik auch außerhalb des Klassenzimmers zu betreiben. Sie erhalten die Chance, das in der Schule gelernte Wissen an mathematischen Fragestellungen anzuwenden und zu festigen, die eng mit der Architektur und der Natur der Stadt Siegburg verbunden sind. Uns liegt es am Herzen zu zeigen, dass Mathematik überall zu finden ist und diese uns draußen mit spannenden Fragestellungen fesseln kann.

An der Universität Bonn sind im Rahmen von Bachelorarbeiten im Lehramtsfach Mathematik die Aufgaben für die Mathematischen Spaziergänge entstanden. Die Lehrerinnen und Lehrer von morgen machen sich also schon heute Gedanken, wie man den Schulunterricht bereichern kann. Wir schicken euch an viele Orte. Überall werdet ihr messen, zählen und rechnen. Die Aufgaben sind so konzipiert, dass man sie nur vor Ort lösen kann, also abseits des Klassenzimmers. Und das ist auch unser Ziel: Mathematik soll draußen in Siegburg erfahren werden.

Ein paar Dinge sind uns wichtig:

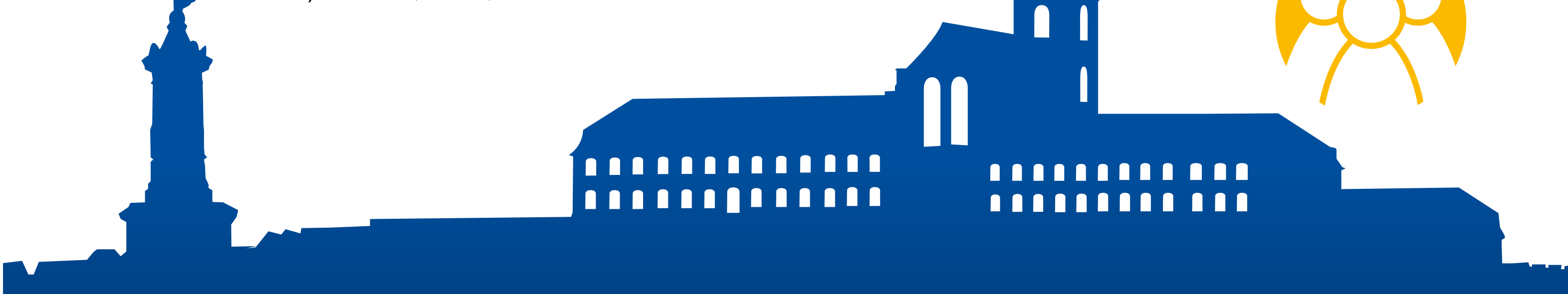
- Da ihr viele Messungen durchführt, ist bei allen Rechnungen das Runden explizit erlaubt. Anders als sonst geht es hier nicht darum, Ergebnisse ganz exakt (z. B. in Abhängigkeit eines Wurzelausdrucks oder von π) anzugeben. Ihr dürft eure Zwischenergebnisse runden und mit den gerundeten Werten weiterrechnen. Natürlich sollt ihr alle nötigen Formeln exakt anwenden.
- Die meisten Aufgaben sind so gestaltet, dass man sie mit Stift, Papier und Taschenrechner lösen kann. Nur ganz selten werden eure Handys verwendet, z. B. für das Erstellen von Fotos. Wir wollen hier ganz bewusst nicht in Konkurrenz zu existierenden Mathematik-Apps o. ä. treten, sondern euch vielmehr dazu anregen, die Aufgaben in Ruhe und mit genügend Zeit selbständig zu lösen.
- Die Aufgaben haben verschiedene Aufgabenteile (A, B und C), die wiederum Teilaufgaben haben. Der Schwierigkeitsgrad ist ansteigend. Helft euch im Team und versucht so, möglichst viele Aufgaben zu lösen.

Bei Fragen und Anregungen stehen wir unter spaziergaenge@math.uni-bonn.de jederzeit gerne zur Verfügung.

Wir danken der Joachim Herz Stiftung sowie dem Hausdorff Center for Mathematics herzlich für die finanzielle Unterstützung unseres Projektes!

Wir wünschen euch und Ihnen viel Spaß, gutes Gelingen und schönes Wetter bei den Mathematischen Spaziergängen in Siegburg.

Das Projektteam, Bonn, Dezember 2024



Lageplan Siegburg

Legende

- A1 – Kasten oder Bild gehören zur angegebenen Aufgabe.
- Teamarbeit
- Gehe schonend mit der Natur um.
- Themengebiet Gemischtes
- Themengebiet Lineare Algebra
- Themengebiet Geometrie
- Themengebiet Analysis
- Themengebiet Stochastik

Spaziergänge im Überblick

Spaziergang 01

Von Kirchen und symmetrischen/m Messen

Servatiuskirche

- Symmetrie

Jahrgangsstufe
6

Ort
Servatiuskirche

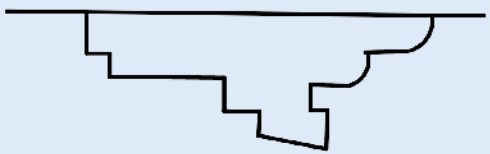
Zeit
90 Minuten

Material
Zwei eckige Handspiegel pro Gruppe, Geodreieck, Zirkel, Pfeifenputzer (oder Draht), Schere, Schreibmaterial, Pausenbrot

Die Servatiuskirche ist die älteste der noch erhaltenen Kirchen in Siegburg. Sie ist im spätromanisch-frühgotischen Stil aus einheimischem Tuffstein erbaut, der auch „Wolsdorfer Brocken" genannt wird. In der Schatzkammer der Kirche befindet sich einer der kunsthistorisch bedeutendsten romanischen Kirchenschätze der Welt.

A1 Suche die Informationstafel, welche an der Vorderseite der Kirche angebracht ist. Wie alt sind die ältesten Teile der Kirche? Wie alt die neuesten?

A2 Gehe um die Kirche herum. Übertrage die Skizze in dein Heft und ergänze sie zum Grundriss der Kirche. Ist der Grundriss symmetrisch?



Wusstest du schon?

Die Servatiuskirche ist dem Eisheiligen Servatius von Tongern geweiht. Ihre Schatzkammer birgt mit zahlreichen Schreinen und Altarsteinen Kirchenschätze von großer kunsthistorischer Wichtigkeit, gleichzusetzen mit den Schatzkammern des Kölner oder Aachener Doms. Dazu gehört der Annoschrein, der die Gebeine des Erzbischofs Anno II. von Köln (1010-1075) beinhaltet hatte und aus dem 12. Jahrhundert stammt.

Die Servatiuskirche wurde im Zweiten Weltkrieg stark beschädigt und später umfassend restauriert. Sie steht seit vielen Jahren unter Denkmalschutz.

Begib dich nun auf den Platz vor der Kirche.

A3 Erstelle eine Skizze vom Umriss der Kirchenvorderseite. Zeichne die Symmetrieachse ein. Wenn du nah an die Kirche herangehst, erkennst du, dass die eingezeichnete Symmetrieachse nur für den Umriss, nicht aber für die ganze Fassade gilt. Finde drei Elemente, die die Symmetrie der Fassade durchbrechen.

B1 Ihr habt bisher nur Fälle von Achsensymmetrie betrachtet. Ihr kennt noch zwei andere Arten der Symmetrie: die Drehsymmetrie und (als Spezialfall dieser) die Punktsymmetrie. Diskutiert untereinander, was die genannten Symmetriearten voneinander unterscheidet.

Gehe zur weiteren Untersuchung von Symmetrien noch näher an die Kirche heran.

B2 Suche die hier abgebildeten Motive an der Kirche und notiere, wo du sie gefunden hast.

B3 Entscheidet für jedes Motiv, ob es achsensymmetrisch ist. Diskutiert die Lage und die Anzahl der Symmetrieachsen.

B4 Suche an der Kirche ein anderes Motiv mit besonders vielen Symmetrieachsen. Skizziere es in dein Heft und zeichne die Achsen ein. Ist das gefundene Motiv auch drehsymmetrisch?

Ein Grundbaustein einer drehsymmetrischen Figur ist derjenige Ausschnitt, der, um einen bestimmten Winkel gedreht, immer wieder vorkommt und so die gesamte Figur erzeugt.

C1 Der Innenwinkel des Kreises (Vollwinkel) hat 360 Grad. Nenne fünf ganzzahlige Winkel, die ein Grundbaustein am Symmetriepunkt haben kann. Wie oft muss man den Grundbaustein jeweils drehen, damit eine vollständige Figur entsteht?

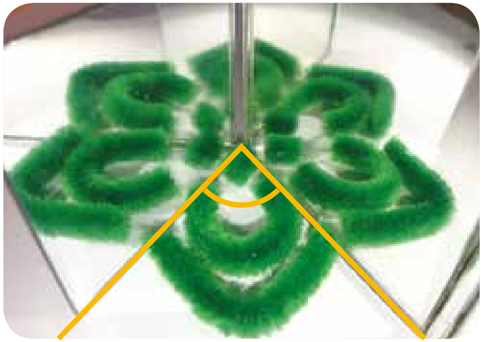
C2 Bearbeitet für die drehsymmetrischen Bildausschnitte aus Teilaufgabe **B2** jeweils die folgenden Aufgaben:

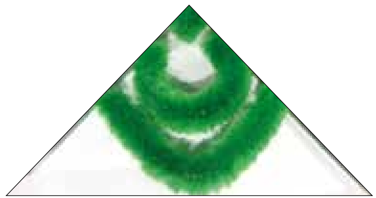
- Findet zu jeder Figur den Grundbaustein. Zeichnet ihn möglichst genau in euer Heft.
- Wie oft und um welchen Winkel müsst ihr den Grundbaustein drehen, damit die abgebildete Figur entsteht?
- Stellt die Spiegel so zu dem Grundbaustein auf, dass ihr im Spiegel die ursprüngliche Figur wieder sehen könnt. In welchem Winkel stehen die Spiegel zueinander?

Orientiert euch dabei an dem Aufbau in der Abbildung.

C3 Legt mithilfe der Pfeifenputzer (oder des Drahtes) verschiedene Grundbausteine für eigene drehsymmetrische Figuren. Nutzt eure Spiegel wie in Teilaufgabe **C2**, um die gesamte Figur zu sehen. Haltet euer schönstes Ergebnis in eurem Heft fest. In welchem Winkel stehen die Spiegel zueinander?

C4 Warum sind an Kirchen und anderen Gebäuden so viele Symmetrien zu finden? Diskutiert eure Ideen und haltet sie stichpunktartig fest.





Grundbaustein

Mach mal Pause

Iss dein mitgebrachtes Pausenbrot oder anderes Frühstück so, dass nach jedem zweiten Bissen eine symmetrische Figur entsteht.

Spaziergang 02

Mit Mathematik in Richtung Sieg

Mühlengraben

- Fließgeschwindigkeit
- Verhältnisse
- Dreisatzrechnung

Jahrgangsstufe
6

Ort
Startpunkt: Kreuzung von Leinpfad und Mahlgasse

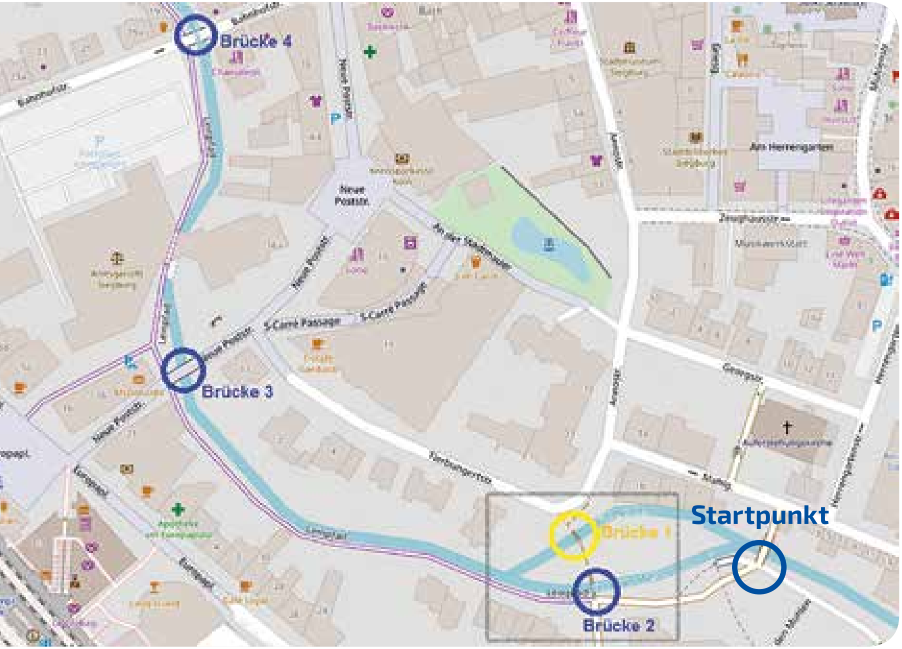
Zeit
90 Minuten

Material
Stoppuhr, Zollstock, Schreibmaterial

Der Mühlengraben wurde im 12. Jahrhundert, vermutlich im Zuge des Ausbaus der Stadtmauer, errichtet. Er ist ein 4,7 Kilometer langer, künstlich angelegter Wasserlauf, der seinen Ausgang am heutigen Buisdorfer Wehr an der Sieg nimmt und östlich der Agger-Mündung wieder in diese hineinfließt. Der Mühlengraben war lange Zeit notwendig für den Betrieb der Siegburger Mühlen und diente daneben lange Zeit auch als Wasserquelle und Waschmöglichkeit für die Siegburger Bevölkerung. Auch heute kann man noch ein paar der alten Mühlen finden. Weil der Mühlengraben künstlich angelegt ist, unterscheidet er sich von anderen Bächen dadurch, dass das Ufer steil abfällt.

A1 Bestimmt die Fließgeschwindigkeit des Mühlengrabens in einem Bachabschnitt. Sucht euch dazu an beliebiger Stelle des Mühlengrabens einen 10 Meter langen Abschnitt aus. Messt nun mithilfe der Stoppuhr, wie lange ein Holzstück braucht, um die 10 Meter zurückzulegen. Berechnet mit eurer Messung die Fließgeschwindigkeit in Metern pro Sekunde.

Verwendet nur bereits abgebrochene Holzstücke, die auf dem Boden liegen und achtet darauf, keine Pflanzen zu beschädigen.



© OpenStreetMap - Mitwirkende

A2 Die übliche Einheit zur Angabe von Geschwindigkeiten ist Kilometer pro Stunde (km/h). Stellt euer Ergebnis aus Teilaufgabe **A1** auch in dieser Einheit dar.

A3 Vergleicht euer Ergebnis mit dem von anderen Gruppen, die an anderen Stellen des Baches gemessen haben. Wie kommt es, dass sich die Werte unterscheiden? Bildet nun den Mittelwert aus euren Ergebnissen, um eine Schätzung für die durchschnittliche Fließgeschwindigkeit des Mühlengrabens zu erhalten.

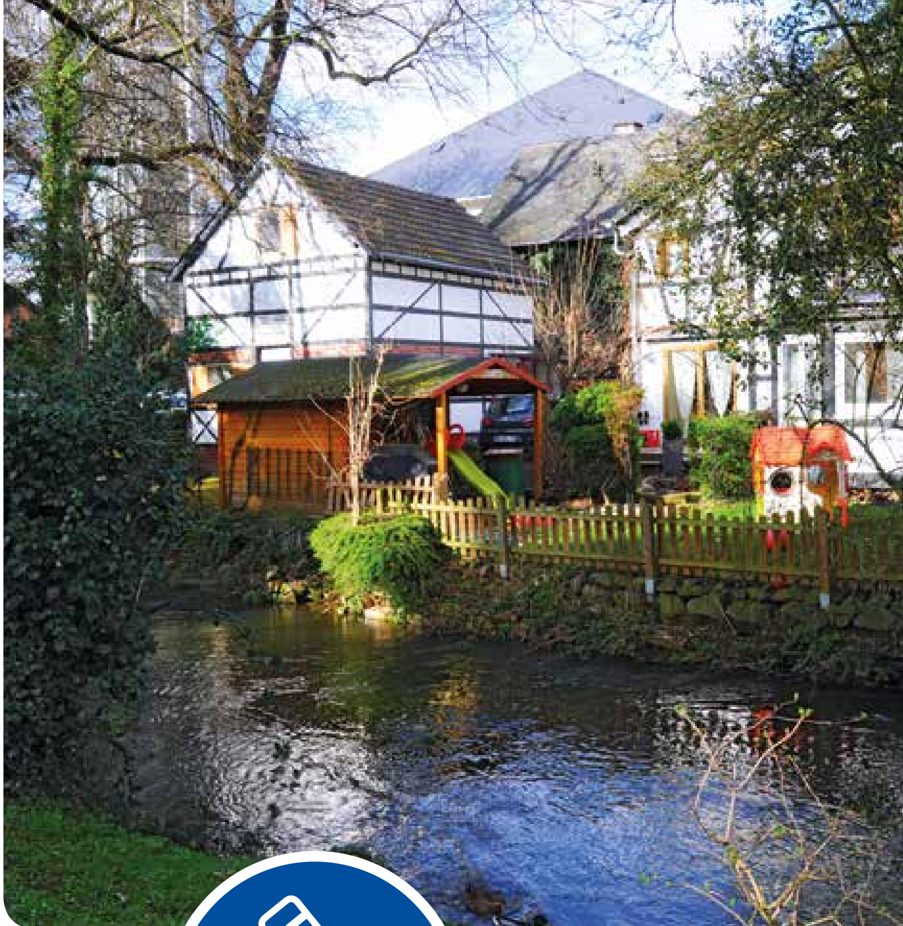
Wusstest du schon?

Entlang des Mühlengrabens befinden sich fünf Mühlen, die heute nicht mehr in Betrieb sind: Die Mahlmühle, die Walkmühle, die Lohmühle, die Papiermühle und die Ölmühle. Nur die Mahlmühle lag im Mittelalter innerhalb der Stadtmauer.

Betrachte nun den Bereich des Mühlengrabens, der auf der Karte mit einem Rechteck gekennzeichnet ist.

A4 An dieser Stelle fließen zwei Bacharme des Mühlengrabens zusammen. Vom Zusammenfluss aus ist die Strecke zu Brücke 1 genauso lang wie zu Brücke 2.

Drei von euch verteilen sich auf folgende drei Standorte: Brücke 1, Brücke 2 und die Stelle, an der die beiden Bacharme zusammenfließen. Einigt euch auf ein Startkommando. Lasst dann gleichzeitig ein Stück Holz von den beiden Brücken fallen und startet die Stoppuhr. Messt für beide Holzstücke die Fließzeit bis zum Treffpunkt der beiden Bacharme. Ermittelt die Fließgeschwindigkeit des Bacharms, der unter Brücke 1 fließt. Dazu könnt ihr die beiden gemessenen Zeiten zueinander ins Verhältnis setzen. Nehmt dabei an, dass der Bacharm unter Brücke 2 die in Teilaufgabe **A3** berechnete durchschnittliche Fließgeschwindigkeit hat.



Wusstest du schon?

Im Jahr 1993 wurde das einzige Gebäude aus der Mühlengeschichte der Stadt Siegburg, die Mahlmühle, saniert. Das Mühlrad aus dem Jahre 1877 wurde in diesem Zuge restauriert und sollte der Stromgewinnung dienen. Wegen seiner starken Laufgeräusche wurde das Wasserrad aber wieder außer Betrieb genommen.

B1 Für die folgenden Aufgaben benötigt ihr die durchschnittliche Schrittlänge jedes Gruppenmitgliedes. Markiert dafür eine Strecke von 6 Metern auf dem Boden. Geht diese Strecke ab und zählt eure Schritte dabei. Berechnet aus diesen Angaben eure Schrittlänge. Geht nun den Weg von Brücke 2 bis Brücke 4 entlang des Grabens ab und zählt eure Schritte. So könnt ihr herausfinden, wie lang der Graben auf dieser Strecke etwa ist. Gebt das Ergebnis in Metern an und ermittelt den Durchschnitt eurer Ergebnisse.

B2 Stelle dir vor, dass auf dem Bach ein ferngesteuertes Boot fährt. Die Höchstgeschwindigkeit des Bootes auf dem Mühlengraben beträgt stromabwärts 12 Kilometer pro Stunde.

Wie lang braucht das Boot, um die Strecke von Brücke 2 bis Brücke 4 zu überwinden, wenn es durchgehend mit Höchstgeschwindigkeit fährt? Gib dein Ergebnis in Minuten an.

B3 Eine Ente lässt sich mit der Strömung auf dem Mühlengraben treiben. Wie viel länger braucht die Ente, um den gleichen Weg wie das Boot zurückzulegen?

B4 Hinter der Brücke 4 verläuft der Mühlengraben noch 2,2 Kilometer weiter, bis er in die Sieg mündet. Das Boot wird mit einem Akku betrieben. Nach sieben Minuten leert sich der Akku langsam und die Höchstgeschwindigkeit wird um 30 Prozent herabgesetzt, um die maximale Fahrzeit zu verlängern.

Mit gedrosselter Geschwindigkeit reicht der Akku dann nochmals für fünf Minuten Fahrvergnügen.

Das Boot wird direkt hinter Brücke 2 ins Wasser gelassen. Wie viele Meter vor der Mündung ist der Akku leer?

Wusstest du schon?

Seit dem 15. bis zum Anfang des 19. Jahrhunderts wurde der städtische Mühlengraben auch als Transportweg für Steine der Siegburger Wolsberge und andere Lasten genutzt.

Spaziergang 03

STARtistischer Rundgang durch Siegburg

Marktplatz als Startpunkt

- Mittelwerte
- Säulendiagramme
- Histogramme
- Kreisdiagramme
- Intervalle
- Längen von Strecken

Jahrgangsstufe
6-7

Ort
Marktplatz als Startpunkt

Zeit
90 Minuten

Material
Schreibmaterial, Taschenrechner, gedruckter Stadtplan von Siegburg, Maßband / Zollstock, Mobiltelefon für Recherchen im Internet

Das Lebenswerk wichtiger Persönlichkeiten wird oft dadurch gewürdigt, dass man nach deren Tod Straßen, Plätze oder Gebäude nach ihnen benennt. Auch in Siegburg gibt es zahlreiche Orte, die nach berühmten Persönlichkeiten benannt wurden. In diesem Spaziergang könnt ihr herausfinden, um wen es sich dabei handelt und gleichzeitig spannende Mathematik erleben.

Hinweis: Ihr seid in dieser Aufgabe in eurer Stadt zu Fuß unterwegs. Achtet auf eurem Spaziergang stets auf den Verkehr und wählt sichere Wege aus.

In diesem Spaziergang macht ihr einen Rundgang durch die Stadt Siegburg. Ihr werdet im Laufe des Spaziergangs vielen berühmten Persönlichkeiten begegnen. Wir interessieren uns für deren Lebensdaten sowie für deren besondere Leistungen.

Begebt euch zum Marktplatz der Stadt Siegburg. Dieser soll der Ausgangspunkt eures Mathematischen Spaziergangs sein.

A1 Direkt am Marktplatz befindet sich das Stadtmuseum der Stadt Siegburg. Dabei handelt es sich um das Geburtshaus eines berühmten deutschen Komponisten. Könnt ihr herausfinden, von welcher Persönlichkeit die Rede ist und wodurch er vor allem bekannt wurde? Ihr habt soeben die erste Berühmtheit Siegburgs kennengelernt!

Teilt die Klasse in mindestens zwei Gruppen auf und studiert in eurer Gruppe gemeinsam den Stadtplan. Markiert auf eurem Stadtplan folgende Orte, die nach berühmten Persönlichkeiten benannt wurden:

1. Engelbert-Humperdinck-Apotheke
2. Theodor-Heuss-Straße
3. Ehem. Abtei St. Michael
4. Annostraße
5. Friedrich-Ebert-Straße
6. St. Servatius-Kirche

Wusstest du schon?

In vielen Städten gibt es immer wieder Beschwerden über bestimmte Straßennamen. Viele Straßen und Platznamen werden daher daraufhin geprüft, ob die Namen nach heutigen Erkenntnissen unangemessen sind, weil sie Personen oder Ereignisse würdigen, denen Einstellungen zugrunde liegen, die heute nicht mehr akzeptabel sind. Dazu zählen rassistische, antisemitische, militaristische sowie frauenfeindliche Auffassungen. Ein Beispiel ist die „Mohrenstraße" in Berlin, über deren Umbenennung jahrzehntelang gestritten wurde. Im Jahr 2020 beschloss die Bezirksverordnetenversammlung schließlich, die Straße nach Anton Wilhelm Amo, einem um 1707 versklavten Philosophen, zu benennen.

Entscheidet euch gemeinsam für einen Weg, der am Marktplatz beginnt, alle Orte besucht und am Startpunkt wieder endet. Zeichnet diesen Weg in euren Stadtplan ein. Es kann losgehen!

Hinweis: Falls einige der Orte nicht auf eurer Karte eingezeichnet sein sollten, fragt euren Lehrer oder eure Lehrerin nach dem Standort oder recherchiert im Internet.

Falls euch auf eurem Stadtplan weitere Orte, Plätze, Gebäude etc. auffallen, die nach berühmten Persönlichkeiten benannt wurden, entscheidet gerne in der Klasse, ob ihr diese in euren Spaziergang einbinden wollt.

A4

Ort	Weglänge (Distanz vom vorherigen Ort zum jetzigen)	Namensgebende Persönlichkeit	Lebensdaten	Art der statistischen Kennzahl (z. B. Länge der Straße, Anzahl der Stockwerke)	Wert der statistischen Kennzahl
...					

A5

A6

A3 Miss deine Schrittlänge aus, indem du dreimal einen normalen Schritt machst und jeweils den Abstand der Fußspitze bestimmst. Bestimme den Mittelwert der drei Messungen. Du hast soeben deine mittlere Schrittlänge bestimmt, mit der du ab jetzt rechnen kannst.

Im Folgenden sollt ihr die Teilaufgaben **A4** bis **A6** für jeden ausgewählten Ort bearbeiten. Lest euch deshalb alle Teilaufgaben vorher genau durch, damit ihr unterwegs nichts vergesst. Ihr könnt eure Ergebnisse in einer Tabelle der obigen Form festhalten. Übertragt die Tabelle in euer Heft und wählt geeignet viele Zeilen.

A4 Notiert euch jeweils, wie weit der Fußweg von einem Ort zum nächsten ist. Dafür könnt ihr abwechselnd jemanden bestimmen, der die Schritte zählt. Verwendet eure in Teilaufgabe **A3** bestimmte individuelle Schrittlänge.

A5 Informiert euch an jedem Ort berühmter Persönlichkeiten darüber, von wann bis wann die Person gelebt hat. Wenn ihr vor Ort keine Hinweistafeln dazu findet, dürft ihr die Daten im Internet recherchieren oder eure Lehrkraft nach diesen Informationen fragen. Notiert jeweils das Geburts- und Sterbejahr.

Hinweis: Wenn euch Daten fehlen, dann dürft ihr geeignete Schätzungen vornehmen.

A6 Bestimmt für jeden Ort drei statistische Kennzahlen. Unterscheidet dabei, ob es sich bei dem Ort um eine Straße oder um ein Gebäude handelt.

Erhebt bei Straßen jeweils:

- die Anzahl der Straßenlaternen (links und rechts) auf einem von euch gewählten 100 Meter langen Abschnitt der Straße,
- die Breite der Straße an einer von euch gewählten Stelle,
- die Anzahl der abzweigenden Querstraßen. Um nicht die gesamte Straße ablaufen zu müssen, dürft ihr auch den Stadtplan verwenden.

Erhebt bei Gebäuden jeweils:

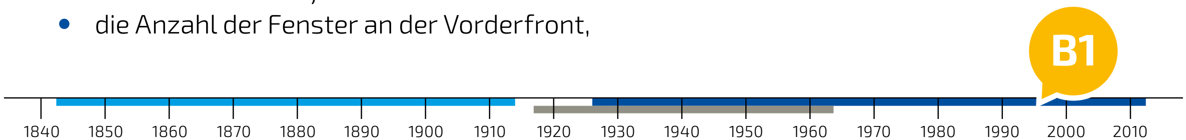
- die Anzahl der Fenster an der Vorderfront,
- die Anzahl der Stockwerke,
- die Anzahl der Klingeln am Haus.

Wenn ihr euren Spaziergang beendet habt und wieder am Marktplatz angekommen seid, dann sucht euch eine Sitzbank, um die weiteren Teilaufgaben zu bearbeiten.

B1 Zeichne einen geeigneten Ausschnitt des Zahlenstrahls (siehe Beispiel), der alle Jahreszahlen umfasst, die heute in der Erhebung vorgekommen sind. Zeichne für jede Persönlichkeit das Intervall ein, in welchem die Person gelebt hat (siehe Wusstest-Du-schon-Box auf Seite 24). Beantworte die folgenden Fragen:

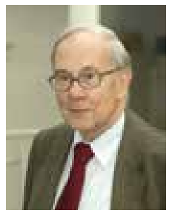
- Welche Intervalle überschneiden sich? Welche Persönlichkeiten

Beispiel:



Bertha von Suttner
1843 – 1914

John F. Kennedy
1917 – 1963



Friedrich Hirzebruch
1927 – 2012

haben also (zumindest teilweise) zur selben Zeit gelebt?

- Welche Intervalle sind überschneidungsfrei? Welche Persönlichkeiten können sich also nie getroffen haben?
- Welches Intervall ist am längsten, welches am kürzesten? Wer hat also am längsten und wer am kürzesten gelebt?
- Gibt es Jahre, in denen gleich drei der betrachteten Personen gleichzeitig gelebt haben?
- Gibt es Jahre, in denen keine der betrachteten Personen gelebt hat?

B2 Bestimme das Lebensalter aller Persönlichkeiten in Jahren. Wie alt sind die betrachteten Personen im Mittel geworden? Veranschauliche das Lebensalter der Personen in einem geeigneten Diagramm deiner Wahl, welches du im Unterricht kennengelernt hast. Überlege die, welche Darstellungsform sich besonders gut eignet.

Wusstest Du schon?

Die im nebenstehenden Beispiel aufgeführten Persönlichkeiten haben alle einen Bezug zu der Stadt Bonn.

Friedrich Hirzebruch war ein bedeutender Mathematiker, der einen Großteil seiner Karriere in Bonn verbrachte. Er war Professor an der Universität Bonn und gründete das Max-Planck-Institut für Mathematik in Bonn.

John F. Kennedy, der 35. Präsident der Vereinigten Staaten, besuchte Bonn im Rahmen seinesDeutschlandbesuchs im Juni 1963. Ihm zu Ehren wurde nach seinem Tod die Rheinbrücke, die die Bonner Innenstadt mit dem Stadtteil Beuel verbindet, in „Kennedybrücke“ umbenannt.

Nach **Bertha von Suttner** ist ein Platz in der Bonner Innenstadt benannt. Bertha von Suttner ist bekannt für ihre herausragenden Beiträge zur Friedensbewegung und sie erhielt im Jahr 1905 als erste Frau den Friedensnobelpreis für ihre unermüdliche Arbeit zur Förderung des Friedens und der internationalen Verständigung.

Wusstest du schon?

Als Intervall wird eine „zusammenhängende“ Teilmenge der reellen Zahlen bezeichnet. Dabei können die Grenzen des Intervalls dem Intervall angehören (abgeschlossenes Intervall) oder nicht angehören (offenes Intervall).

Beispiel:

1. Das abgeschlossene Intervall [3,6] beschreibt die Menge aller Zahlen von (eingeschlossen) drei bis (eingeschlossen) sechs.

2. Das offene Intervall (3,6) beschreibt die Menge aller Zahlen von (ausgeschlossen) drei bis (ausgeschlossen) sechs.

B3 Berechne auch für die statistischen Kennzahlen aus Teilaufgabe **A6** Mittelwerte. Überlege dir dafür selbst geeignete Fragestellungen, die zu den in Teilaufgabe **A6** gewählten erhobenen Kennzahlen passen.

Beispiele sind: Wie breit sind die Straßen im Mittel? Wie viele Fenster haben die Gebäude im Mittel?

B4 Bestimmt die Weglänge eures gesamten Spaziergangs mithilfe der Tabelle aus Teilaufgabe **A3**.

Zum Abschluss könnt ihr euch mit der ganzen Klasse wiedertreffen und folgende Fragen bearbeiten.

C1 Welche Gruppe hatte den längsten Spaziergang, welche den kürzesten?

C2 Welche Gruppe hat mehr Orte berühmter Persönlichkeiten besucht?

C3 Informiert euch gemeinsam darüber, was die Persönlichkeiten der von euch besuchten Orte in ihrem Leben geleistet haben und warum man ihr Wirken noch heute würdigt. Sprecht mit der Gruppe darüber, welches Engagement und welche Leistungen ihr besonders wichtig findet. Überlegt euch gemeinsam Kategorien für das Wirken der Personen, zum Beispiel Sport, Politik, Musik oder Kunst. Zeichnet ein Kreisdiagramm, in welchem ihr veranschaulicht, wie sich die Personen auf die einzelnen Kategorien verteilen.

Spaziergang 04

Geometrie – Alles Hexerei?

Hexenturm

- Kreise
- Prismen
- Zylinder
- Prozentrechnung
- Dreisatz

Jahrgangsstufe

8

Ort

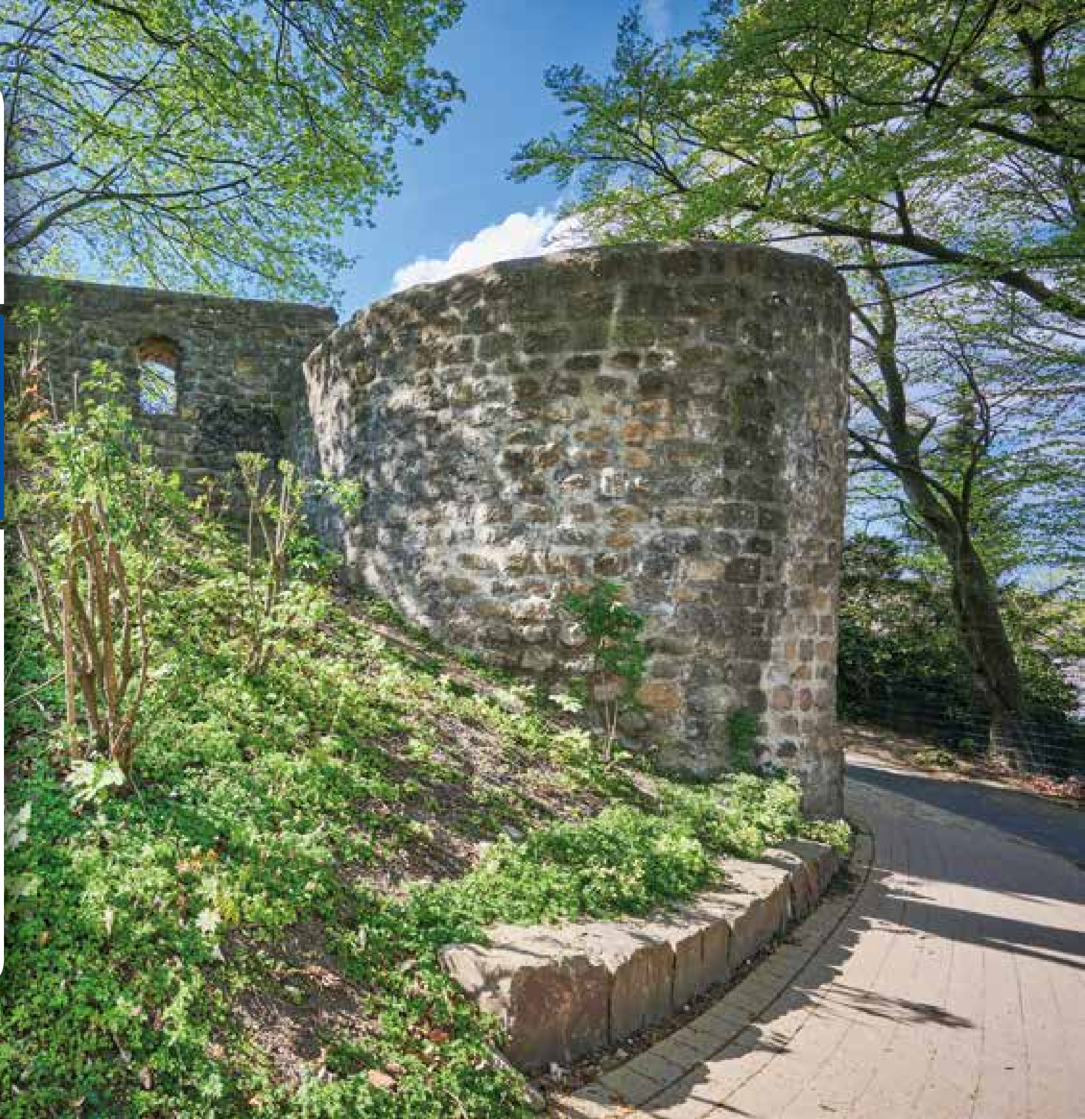
Hexenturm am Michaelsberg

Zeit

75 Minuten

Material

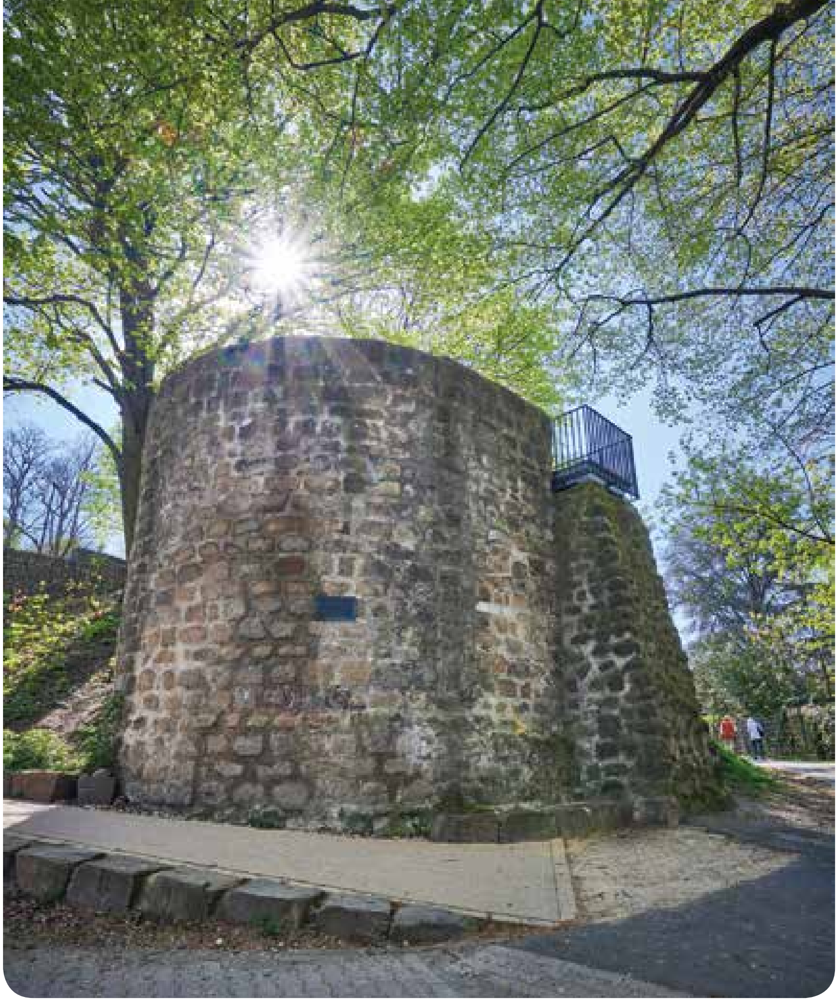
Schnur (mindestens 8 Meter) und Zollstock, Schere, Taschenrechner, Schreibmaterial



Der Hexenturm ist ein wichtiges Baudenkmal der Stadt Siegburg. Er wurde im Jahr 2018 restauriert und der Öffentlichkeit dadurch wieder zugänglich gemacht. Der Name geht auf den Heimatdichter Wilhelm Herchenbach (1818-1889) zurück, dessen Werke von Hexenprozessen berichten, die in diesem Turm stattgefunden haben sollen. In Siegburg gab es zwar Hexenverfolgung, jedoch spielte der Turm dabei keine Rolle. Er war ein Wachturm des mittelalterlichen Siegburgs und damit ein Teil der Stadtmauer.

Mittlerweile ist die Stadt deutlich gewachsen. Ihr könnt aber an der Form des Turmes erkennen, auf welcher Seite die mittelalterliche Stadt lag.

A1 Wenn ihr auf den Michaelsberg steigt, könnt ihr eine Plattform auf dem Turm betreten. Bestimmt mit der Schnur die Höhe des Turmes.



A2 Wie ihr seht, ist die Grundfläche des Turmes ein Halbkreis. Bestimmt den Durchmesser des Turmes innen zwischen den Wänden und den Durchmesser des ganzen Turmes inklusive der Mauern.

A3 Bestimme das Volumen der runden Mauer des Turmes in Kubikmetern.

Der Hexenturm wurde aus Tuffstein gebaut. Tuff ist ein Vulkangestein, das zum Beispiel in der Vulkaneifel vorkommt. Aufgrund seiner geringen Härte wurde Tuff im Mittelalter oft verbaut.

B1 Der im Hexenturm verbaute Tuff hat eine Dichte von etwa 2,3 Gramm je Kubikzentimeter. Wie viel wiegt die Mauer des Turms? Beachte beim Rechnen die Einheiten.

B2 Wie viel würde der Turm wiegen, wenn er nicht hohl wäre? Wie viel mal schwerer wäre das?

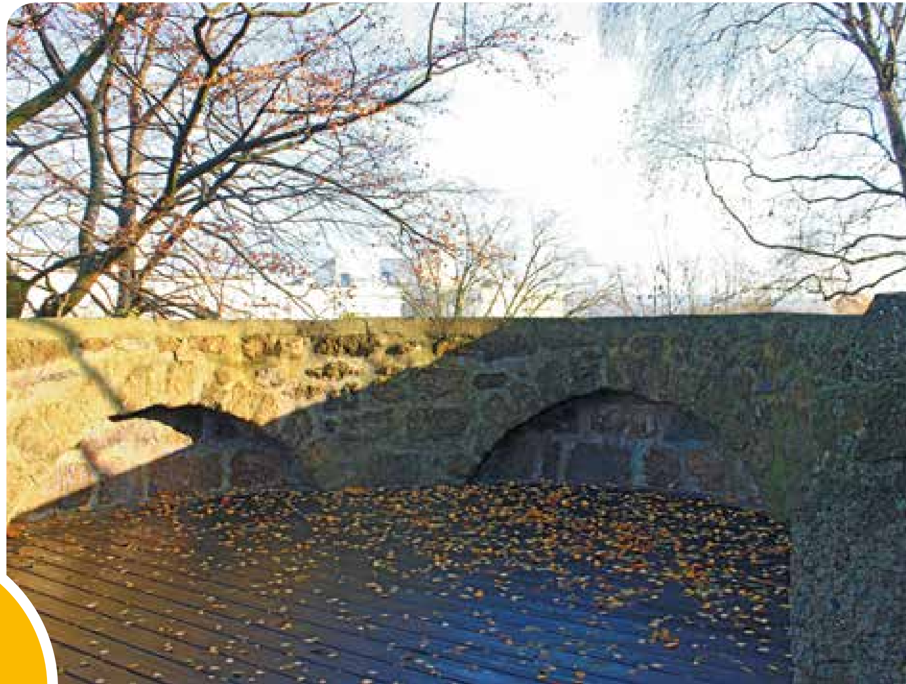
Historiker schätzen, dass der Hexenturm zwischen 800 und 1064 gebaut wurde. Im Mittelalter wurden die Steine in der Eifel abgebaut und dann über den Rhein und die Sieg nach Siegburg gebracht. Das letzte Stück zum Michaelsberg wurden sie wahrscheinlich mit Lastenkarren befördert.

C1 Ein Karren kann 1,5 Tonnen Tuff laden und braucht für Hin-und Rückweg 90 Minuten. Insgesamt standen fünf Karren zum Transport zur Verfügung. Wie viele Arbeitstage waren für den Transport aller benötigten Steine von der Sieg bis zum Michaelsberg erforderlich, wenn ein mittelalterlicher Arbeitstag zwölf Stunden umfasste?

Wusstest du schon?

Die Dichte ρ eines Gegenstandes mit Volumen V und Masse m berechnet sich folgendermaßen:

$$\rho = \frac{m}{V}$$



Spaziergang 05

Das Siegburger Stadion fair messen

Walter-Mundorf-Stadion

- Strecken
- Flächen und Volumen
- Kreiszahl π

Jahrgangsstufe

8-9

Ort

Walter-Mundorf-Stadion, Am Stadion 1. Für Aufgabenteil **E** muss auf das neben dem Stadion befindliche Fußballfeld gewechselt werden.

Zeit

45-60 Minuten für jeden Aufgabenteil

Material

Schreibmaterial, Taschenrechner, Maßband/Zollstock, Stoppuhr, Sportkleidung

Für Sportbegeisterte ist das Walter-Mundorf-Stadion in Siegburg eine wichtige Anlaufstelle. Es ist nicht nur Heimstätte des Siegburger SV 04, sondern auch Trainingsort für ambitionierte Leichtathletinnen und Leichtathleten. Warst auch du schon einmal als Besucherin oder Besucher eines Fußballspiels im Stadion oder sogar, um dich sportlich zu betätigen? Überlege doch einmal, wer sich sonst noch im Stadion aufhält und welche Sportarten und Disziplinen man dort betreiben kann.

Bemerkung: Das Stadion ist nicht zu jeder Zeit frei zugänglich. Siegburger Schulen haben die Möglichkeit, das Stadion zu vorgegebenen Zeitslots zu besuchen. Diese sollten den Sportlehrkräften bekannt sein. Darüber hinaus ist es möglich, nach Absprache telefonisch weitere Termine zu buchen.

Viele Größen auf dem Sportplatz sind genormt, um faire Wettkampfbedingungen zu ermöglichen. Welche Größen könnten das sein? Kennst du vielleicht sogar ihren Wert? Leider kann es in der Umsetzung trotzdem zu Schwankungen kommen. Daher sollst du heute verschiedene Strecken und Flächen auf dem Sportplatz messen oder berechnen und teilweise mit der Norm vergleichen.

*Hinweis: Dieser Mathematische Spaziergang gliedert sich in fünf Aufgabenteile, welche sich mit der Vermessung unterschiedlicher Gegenstände auf dem Sportplatz beschäftigt. Es kann sich anbieten, die Klasse in Kleingruppen aufzuteilen, welche gleichzeitig an den verschiedenen Aufgabenteilen arbeiten können. Für Aufgabenteil **E** muss auf das Fußballfeld gewechselt werden, welches sich gleich neben dem Walter-Mundorf-Stadion befindet.*

Wusstest du schon?

Der Weitsprung ist seit 1896 olympische Disziplin für Männer und seit 1948 für Frauen. Der beste Weitspringer sprang 1991 mit einem Weltrekord von 8,95 Metern fast bis zum Ende der Weitsprunggrube. Der Abstand zwischen der Absprunglinie und dem Ende der Sprunggrube muss mindestens zehn Meter betragen. Zudem muss die Sprunggrube zwischen 2,75 und 3 Meter breit sein.

A

Begebt euch für den Aufgabenteil ***A*** *zur Sprunggrube des Stadions. Im Folgenden werdet ihr euch mit der Vermessung der Weitsprunganlage beschäftigen.*

A1 Durch welchen geometrischen Körper lässt sich die Form der Sprunggrube beschreiben?

A2 Wie groß ist die Sandfläche, in die die Sportlerinnen und Sportler hineinspringen können? Entspricht die Grube im Walter-Mundorf-Stadion der vorgeschriebenen Mindestgröße (siehe Wusstest du schon-Box)?

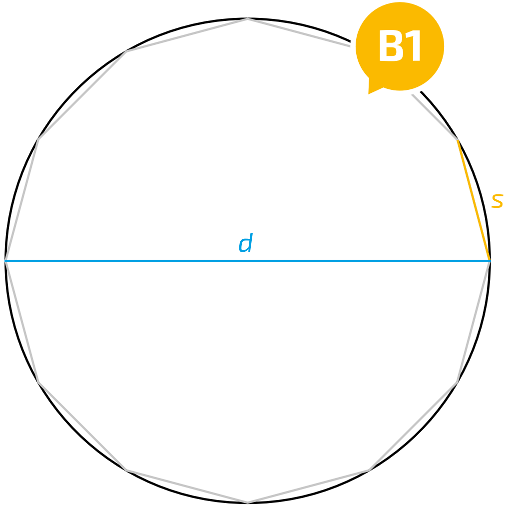
A3 Wie viele Liter Sand befinden sich etwa in der Grube?

A4 Übt euch selbst im Weitsprung. Wie weit seid ihr gekommen? Gebt eure Weite im Verhältnis zur Länge der Grube als Bruch und als Prozentzahl an.

In Aufgabenteil **B** vermesst ihr den Kreis für das Kugelstoßen. Aus dem Unterricht wisst ihr, dass uns bei den Formeln für Flächeninhalt und Umfang von Kreisen die Kreiszahl π begegnet. Für den Umfang U eines Kreises mit Durchmesser d gilt:

$$U = d\,\pi \Leftrightarrow \pi = \frac{U}{d}$$

Das Verhältnis vom Umfang eines Kreises zu seinem Durchmesser sollt ihr nun anhand des folgenden Experimentes überprüfen.



B

Wusstest du schon?

Kugelstoßen hat sich als Disziplin aus dem Stoßen mit schweren Natursteinen und später schwerenMetallstücken entwickelt. Ursprungsland des Kugelstoßens ist Großbritannien. So erklären sich auch das Gewicht der Kugel für die Männer (16 engl. Pfund ≈ 7,257 Kilogramm) und der Durchmesser des Stoßkreises (7 engl. Fuß ≈ 2,135 Meter). Später einigte man sich auf ein Kugelgewicht von 4 Kilogramm für die Frauen.

Wusstest du schon?

Die Zahl π ist irrational. ist irrational: sie hat unendlich viele Nachkommastellen, die keine Periode aufweisen. Ein Bruch zweier rationaler Zahlen ist dagegen immer rational. Man kann die Zahl π mit unseren Experimenten also gar nicht exakt bestimmen, aber eine gute Annäherung gelingt.

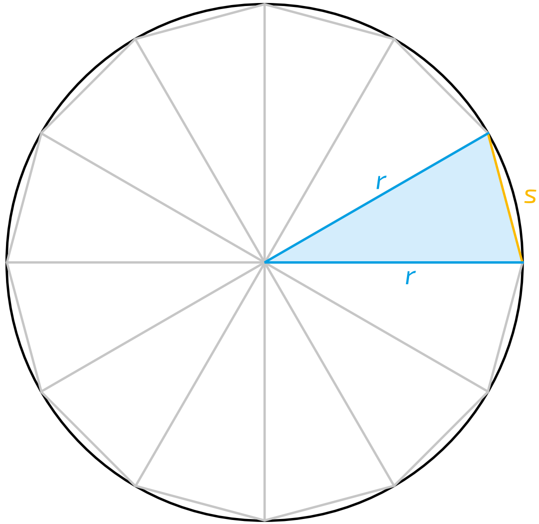
B1 Messt näherungsweise den Umfang und den Durchmesser, indem ihr zählt, wie oft eure Schuhlänge s in die jeweilige Strecke passt. Führt dieses Experiment am Kreis der Kugelstoßanlage durch. Nutzt immer nur natürliche Zahlen. Rundet sinnvoll.

B2 Berechne das Verhältnis von Umfang und Durchmesser für den Kreis.

Für den Flächeninhalt A eines Kreises mit Radius r gilt:

$$A = \pi r^2 \Leftrightarrow \pi = \frac{A}{r^2}$$

B3 Ihr werdet nun das Verhältnis vom Flächeninhalt A zum Quadrat des Radius r am Kreis überprüfen. Dazu könnt ihr folgende Überlegung nutzen: Konstruiert, wie in der Abbildung, gleichschenklige Dreiecke im Kreis. Die beiden Schenkel bilden den Radius r und die Grundseite s ist die Länge eines Schuhs, die ihr mit dem Maßband beziehungsweise Zollstock messen könnt. Bestimmt den Flächeninhalt der gleichschenkligen Dreiecke.



Hinweis: Es passen genauso viele Dreiecke in den Kreis wie Schuhlängen auf den Umfang.

Berechnet für den Kreis das Quadrat des Radius und eine Schätzung für den Flächeninhalt.

B4 Berechne das Verhältnis zwischen Flächeninhalt und Quadrat des Radius.

B5 Warum weichen eure Ergebnisse in den Teilaufgaben **B2** und **B4** von π ab? Welches der beiden Ergebnisse ist genauer?

In Aufgabenteil **C** beschäftigt ihr euch mit der Vermessung der Laufbahn.

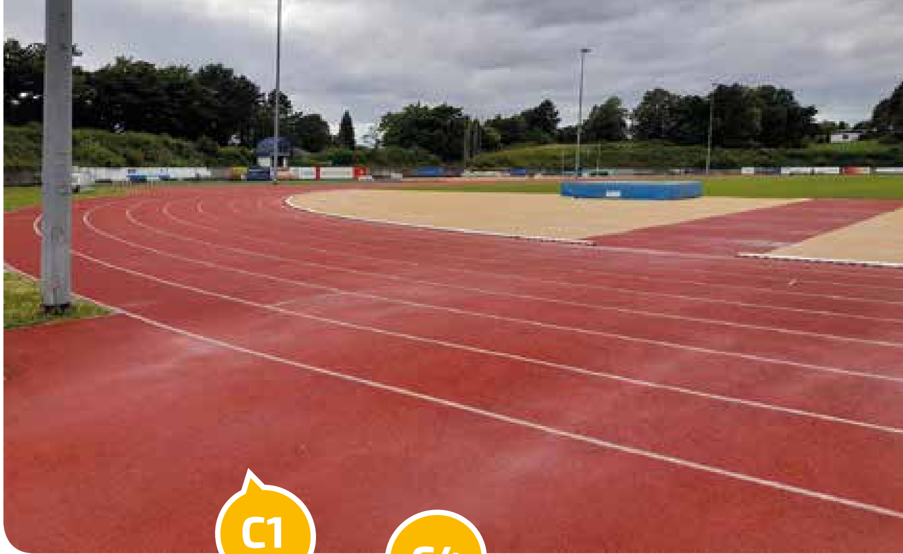
C1 Die Innenlinie der Laufbahn sieht so aus, als ob sie aus zwei Geradenabschnitten besteht, die durch zwei Halbkreise miteinander verbunden sind. Überprüfe, ob die Verbindungen der beiden Geradenabschnitte wirklich Halbkreise sind.

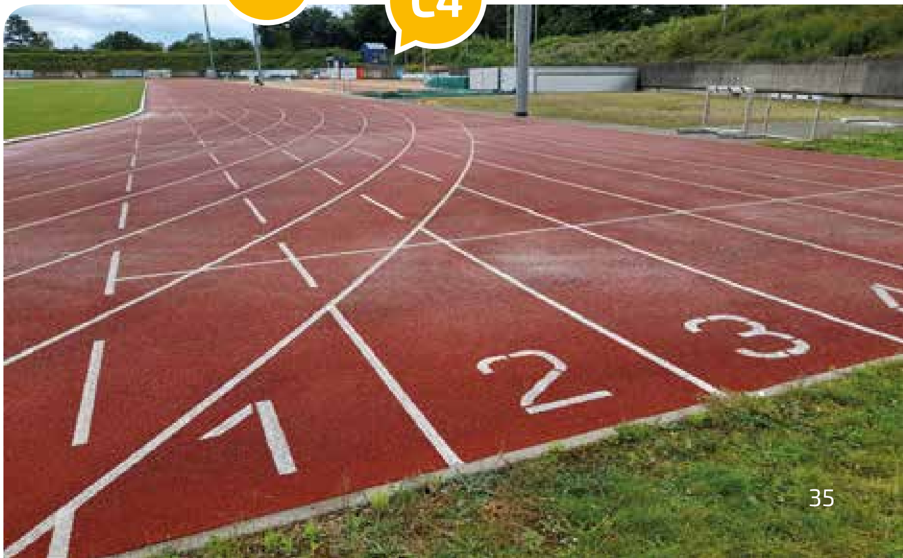
C2 Berechne die Fläche der Laufbahn.

C3 Welche Bahn ist am längsten, welche am kürzesten? Bestimme die Längen der beiden Bahnen und deren Differenz. (Nimm an, dass genau in der Mitte der jeweiligen Bahn gelaufen wird.)

C4 Findet zwei faire Startpositionen für einen 400-Meter-Lauf, wenn eine Person auf der kürzesten und eine Person auf der längsten Bahn läuft. Startet anschließend an den ausgewählten Positionen eure Stadionrunde.

Begebt euch für Aufgabenteil **D** zu dem Wassergraben, welcher ein Hindernis des 3000-Meter-Hindernislaufs darstellt.





Wusstest du schon?

Der 3000-Meter-Hindernislauf soll um 1850 in Oxford aus einer Wette von Studierenden entstanden sein, die die Idee hatten, den Parcours der Pferdewettbewerbe auf eine Herausforderung für Menschen zu übertragen. Bei der leichtathletischen Disziplin, die seit 1900 olympisch ist, handelt es sich um einen Laufwettbewerb über 3000 Meter, bei dem auf jeder Stadionrunde jeweils vier Hürden sowie ein Hindernis mit Wassergraben überwunden werden müssen. Anders als beim klassischen Hürdenlauf handelt es sich um feste Hindernisse, die man wie beim kurzen Hürdenlauf überspringen kann. Es ist jedoch auch erlaubt, mit einem Bein oben aufzusetzen und von der erhöhten Position hinabzuspringen.

D1 Betrachtet zunächst das Hindernis vor dem Wassergraben. Wie hoch muss der Sportler oder die Sportlerin springen, um mit dem Fuß auf dem Hindernis aufzusetzen? Messt außerdem die Breite des Hindernisses.

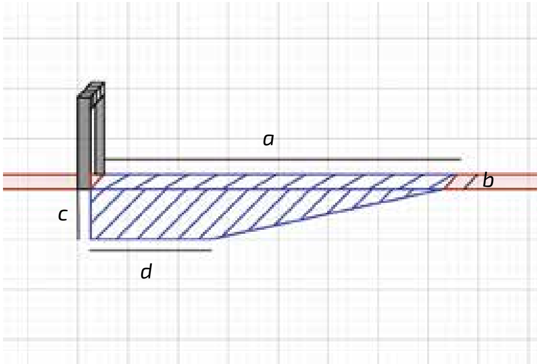
D2 Für Männer und Frauen gibt es unterschiedliche Vorgaben, was die Höhe des Hindernisses betrifft. Bestimme, ob euer Hindernis auf Männer- oder Frauenhöhe eingestellt ist. Überprüfe außerdem, ob die Mindestbreite eingehalten wurde. (siehe folgende Wusstest du schon-Box).

Wusstest du schon?

Je nach Geschlecht und Alter wird die Höhe der Hindernisse im 3000-Meter-Hindernislauf eingestellt. Männer müssen eine Höhe von 91,4 Zentimetern, während die Höhe für Frauen mit 76,2 Zentimetern etwas niedriger ist. Als Breite sind mindestens 3,96 Meter vorgeschrieben, häufig werden jedoch breitere Hindernisse verwendet, um das gleichzeitige Überspringen durch mehrere Läufer zu erleichtern.

D2

Widmet euch nun dem Wassergraben hinter dem Hindernis.



D3 In der obigen Skizze ist der Wassergraben blau schraffiert dargestellt. Übertragt die Skizze des Wassergrabens in eure Hefte und messt die Längen der Strecken *a*, *b*, *c* und *d* vor Ort nach. Notiert die gemessenen Längen direkt in eurer Skizze.

D4 Berechne, wie viel Wasser maximal in den Wassergraben passen würde.

D5 Nehmt nun geeignete Messungen vor, um zu bestimmen, wie viel Wasser sich aktuell im Wassergraben befindet.

D6 Berechne, wie viel Prozent des Wassergrabens aktuell mit Wasser gefüllt sind.

Wechselt für den folgenden Aufgabenteil auf das Fußballfeld, welches sich gleich neben dem Walter-Mundorf-Stadion befindet.

D4

Weißt du noch?

Das Volumen *V* eines Prismas mit der Grundfläche G und der Höhe *h* berechnet sich wie folgt:

$$V = G \cdot h$$

Hinweis: Da es in dieser Aufgabe unter anderem um die Vermessung des Fußballfelds geht, wäre das Messen mit dem Maßband beziehungsweise dem Zollstock zu aufwändig. Daher könnt ihr beim Messen von langen Strecken wie folgt vorgehen:

1. *Messt eine Strecke von 10 Metern mit dem Maßband ab.*
2. *Geht diese Strecke ab und zählt dabei die Anzahl eurer Schritte.*
3. *Jetzt könnt ihr die eigene durchschnittliche Schrittlänge l in Metern wie folgt bestimmen:*

$$l = \frac{10}{\text{Schrittanzahl}}$$

Wusstest du schon?

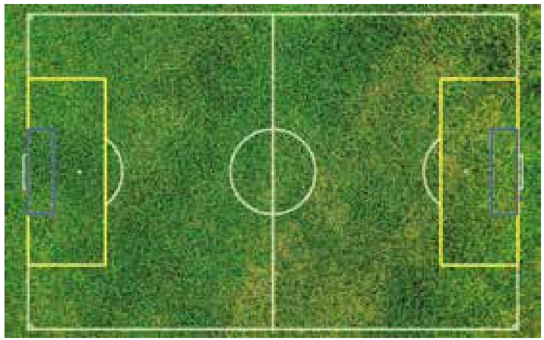
Das Stadion wurde nach Walter Mundorf benannt. Er war ein bekannter Unternehmer und Förderer des Sports in der Region. Durch seine Unterstützung und sein Engagement hat er einen wesentlichen Beitrag zur Förderung des lokalen Sports geleistet, weshalb das Stadion ihm zu Ehren seinen Namen trägt.

Wenn ihr nun beim Abgehen von Strecken die Anzahl eurer Schritte zählt, könnt ihr mithilfe der Schrittlänge die zurückgelegte Entfernung bestimmen.

E1 Bildet zunächst Vierergruppen und messt folgende Längen (siehe Abbildung):

- Länge und Breite des Fußballfeldes
- Länge und Breite des 16-Meterraumes
- Länge und Breite des 5-Meterraumes
- Höhe und Breite des Tores

5-Meterraum
16-Meterraum



E2 Vergleicht anschließend eure in Teilaufgabe **E1** gemessenen Strecken mit

Wusstest du schon?

Das Ausmaß und die Abmessungen von Fußballfeldern unterscheiden sich nicht nur zwischen den einzelnen Ländern, sondern auch innerhalb einer Liga. Der Deutsche Fußball-Bund (DFB) gibt in seinen Leitlinien lediglich vor, dass das Spielfeld rechteckig sein muss und bei nationalen Spielen zwischen 45 und 90 Metern breit beziehungsweise zwischen 90 und 120 Metern lang sein muss. Laut UEFA- und FIFA-Richtlinien ist eine Breite zwischen 64 und 75 Metern und eine Länge von 100 und 110 Metern vorgeschrieben.

E2 den Normwerten eines Fußballfelds (siehe Wusstest du schon-Box). Welche Unterschiede gibt es? Woran könnte das liegen?

E3 Berechne Umfang und Flächeninhalt
- des gesamten Felds,
- des halben Felds (getrennt durch die Mittellinie),
- des 16-Meterraums und
- des 5-Meterraums

mithilfe deiner Messwerte aus **E1**.

E4 Bestimme den Anteil der Flächeninhalte aus Teilaufgabe **E3** jeweils am gesamten Fußballfeld und gib diesen jeweils als Bruch und in Prozent an.

E5 Wie groß ist die zu treffende Fläche beim Torschuss?

E6 Legt euch zu viert hintereinander auf die Linie zwischen den zwei Torpfosten. Passt ihr gemeinsam auf die Torlinie? Falls nein, testet mit einer weiteren Person. Wie viele Personen braucht ihr, um die Linie zwischen den zwei Torpfosten auszufüllen?

Spaziergang 06

Pythagoras zu Besuch bei der Bank

Moderne Baukunst im Herzen Siegburgs

- Satz des Pythagoras
- Pythagoreische Zahlentripel

Jahrgangsstufe

9

Ort

Kreissparkasse am S-Carré

Zeit

60 Minuten

Material

Schnur (mindestens 10-15 Meter), Zollstock, Schreibmaterial, dicker Stift für Markierungen an der Schnur

Die Filiale der Kreissparkasse Köln in Siegburg wurde Anfang der 2000er Jahre in außergewöhnlicher Architektur errichtet und beschließt den neu gestalteten unteren Teil der Fußgängerzone zwischen Bahnhof und Markt.

A1 Formuliere den Satz des Pythagoras, den du aus dem Unterricht kennst.

A2 Stelle dir vor, die Bankangestellten wünschen sich einen neuen, größeren Empfangstresen. Die Tischplatte für einen solchen neuen Empfangstresen für den Innenraum der Bank wäre 4,50 Meter lang, 3,80 Meter breit und 0,10 Meter dick. Miss Höhe und Breite der Eingangstür und berechne, ob die Platte durch den Haupteingang in die Bank getragen werden könnte.

Wusstest du schon?

Pythagoras wurde um 570 v. Chr. auf der griechischen Insel Samos geboren. Man glaubt, dass er den nach ihm benannten Lehrsatz auf Reisen nach Ägypten und Indien entdeckt hat. Bewiesen hat er ihn selbst allerdings nie. Der älteste überlieferte Beweis findet sich bei Euklid etwa 300 v. Chr. Über die Person Pythagoras ist nahezu nichts bekannt. Dies beeinflusst jedoch den Wert des Lehrsatzes in keinem Fall. So ist der Satz des Pythagoras heute einer der fundamentalen Sätze in der euklidischen Geometrie.

A3 Auf der Überdachung befindet sich das Firmenlogo. Stelle dir vor, man möchte die Sichtbarkeit des Logos bei Nacht optimieren, indem man Lichter daran anbringt. Damit Arbeiter auf das Vordach der Kreissparkasse gelangen können, stellt die freiwillige Feuerwehr Siegburg ein Fahrzeug mit Leiterkorb zur Verfügung, dessen Drehleiter eine Länge von 30 Metern hat. Die Maße des Feuerwehrautos kannst du der Abbildung entnehmen. Das Feuerwehrauto kann direkt bis an das Gebäude heranfahren.

Reicht der Personenkorb bis auf das Dach?

Wenn ja, zu wie viel Prozent ist die Drehleiter des Feuerwehrautos dann ausgefahren?

A4 Das Sicherheitssystem der Sparkasse beinhaltet unter anderem Überwachungskameras. Eine davon siehst du an der Unterseite des Vordaches angebracht (siehe Abbildung). Im Zuge der baulichen Verbesserungsmaßnahmen sei bekannt, dass die

Kameras bis zu einer Entfernung von 10 Metern scharfe Bilder aufnehmen, auf denen man Menschen anhand ihres Gesichts identifizieren kann.

Ab welcher Entfernung von dem Treppenaufgang würde die Kamera Bilder von dir machen können, auf denen dein Gesicht zu identifizieren wäre?

Die Umkehrung des Satzes des Pythagoras lautet: Wenn in einem Dreieck das Quadrat einer Seitenlänge gleich der Summe der Quadrate der beiden anderen Seitenlängen ist, dann ist das Dreieck rechtwinklig.

Die Umkehrung des Satzes des Pythagoras wurde schon im Altertum benutzt, auch ohne dass sie bereits explizit formuliert worden wäre. Es ist überliefert, dass zum Beispiel die alten Ägypter schon rechte Winkel mithilfe von Knotenseilen zum Vermessen von Feldern konstruierten.

Wusstest du schon?

Kinder und Jugendliche, die sich für die Tätigkeiten der Feuerwehr interessieren, haben die Möglichkeit, Teil der Jugendfeuerwehr Siegburg zu werden. Ziel der Ausbildung in der Jugendfeuerwehr ist es, auf die Arbeit in der „aktiven“ Feuerwehr vorzubereiten. Daneben werden auch viele Freizeitmaßnahmen und andere Aktionen durchgeführt. Eintreten können Kinder ab 10 Jahren.

Wenn drei natürliche Zahlen die Gleichung aus dem Satz des Pythagoras erfüllen, so bilden sie ein sogenanntes ***pythagoreisches Zahlentripel.***

Wusstest du schon?

Harpedonapten (griech. „Seilspanner“) hießen im alten Ägypten Menschen, die im Auftrag des Pharao das Land vermaßen. Diese Landvermessungen waren zum einen notwendig, um die Felder nach der jährlichen Überschwemmung auszumessen, und zum anderen für den Bau von Pyramiden, Tempelanlagen, Bewässerungsanlagen oder anderen Bauwerken. Das Hauptinstrument der Harpedonapten war die Zwölfknotenschnur, mit welcher rechte Winkel konstruiert werden können.

B1 Im alten Äqypten hat man an einem an den Enden zusammengebundenen Seil 12 Knoten in gleichen Abständen geknotet. Orientiere dich an der Abbildung und erkläre, wie die Äqypter mit diesem Hilfsmittel vorgegangen sind, um rechte Winkel zu konstruieren.

B2 Weist nach, dass die Überdachung des Haupteingangs einen rechten Winkel hat. Wie seid ihr vorgegangen?

B3 Bringt an der mitgebrachten Schnur 36 Markierungen im gleichen Abstand voneinander an.

B4 Sucht einen rechten Winkel in eurer Umgebung, in welchem ihr die Schnur zu einem Dreieck aufspannen könnt, und findet durch Ausprobieren mit der Schnur weitere pythagoreische Zahlentripel. Hierbei müsst ihr nicht immer die gesamte Länge der Schnur nutzen.


P

Spaziergang 07

Auf die Rampe! Fertig! Rollt!

Rampe an der Kreissparkasse

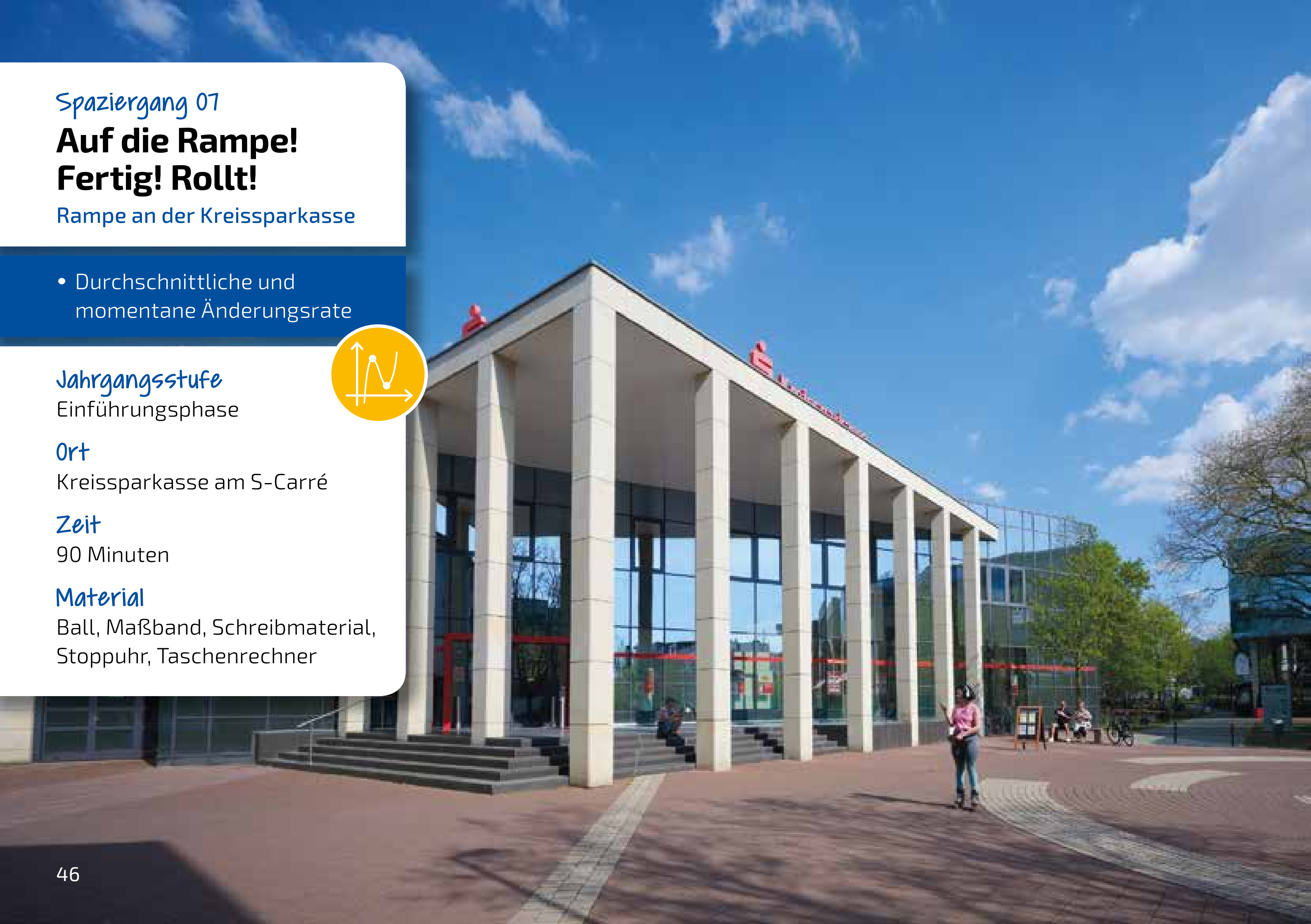
- Durchschnittliche und momentane Änderungsrate

Jahrgangsstufe
Einführungsphase

Ort
Kreissparkasse am S-Carré

Zeit
90 Minuten

Material
Ball, Maßband, Schreibmaterial, Stoppuhr, Taschenrechner



An der Kreissparkasse am S-Carré wurde an der Seite des Haupteingangs eine Rampe für Rollstuhlfahrerinnen und Rollstuhlfahrer oder Eltern mit Kinderwagen gebaut. Wir nähern uns hier mathematisch der physikalischen Größe der Geschwindigkeit.

A1 Messt die Länge vom Anfang bis zum Ende der Rampe.

A2 Eine Person lässt mehrfach den Ball vom Anfang bis zum Ende der Rampe rollen und die anderen Schülerinnen und Schüler messen die Zeit, die der Ball für diesen Weg benötigt. Bestimmt den durchschnittlichen Messwert für die Zeit und notiert diesen.

Hinweis: *Messt nur die Versuche, in denen der Ball geradlinig die Rampe herunterläuft.*

A3 Bestimme die durchschnittliche Geschwindigkeit des Balles für die beobachtete Strecke.

B1 Stellt gemeinsam Vermutungen auf, wie man die Geschwindigkeit des Balles am Ende der Rampe bestimmen könnte.

Länge der Strecke in Meter	Durchschnittswert der gemessenen Zeit in Sekunden	Durchschnittliche Geschwindigkeit in Meter je Sekunde

B2

B2 Wiederholt den Versuch aus Teilaufgabe **A2**, indem ihr den Ball vom Anfang der Rampe loslasst, aber nun die durchschnittliche Geschwindigkeit des Balles auf der Strecke bestimmt, die ungefähr in der Mitte der Rampe anfängt und am Ende der Rampe endet. Wiederholt dies noch einmal, indem ihr den Anfang der gemessenen Strecke noch näher an den Endpunkt legt. Tragt eure gemessenen Werte in die Tabelle ein. In die erste Zeile könnt ihr die Ergebnisse aus Aufgabenteil **A** eintragen.

Hinweis: *Ihr könnt als Startpunkte für die Messungen zwei verschiedene graue Stangen des Geländers benutzen.*

B3 Welche durchschnittliche Geschwindigkeit nähert am besten die Geschwindigkeit des Balles am Ende der Rampe an?

B4 Wenn die durchschnittliche Geschwindigkeit im letzten Intervall der Endgeschwindigkeit des Balles entsprechen würde, würde der Ball in einer Fußgängerzone (Höchstgeschwindigkeit 7 Kilometer pro Stunde) geblitzt werden?

C1 Überlegt gemeinsam, wie man den Differenzenquotienten verändern kann, um die Geschwindigkeit am Ende eines Intervalls (momentane Änderungsrate) näherungsweise zu bestimmen.

C2 Findet ihr andere Rampen in der Umgebung, an denen ihr wie in Teilaufgabe **B2** die Geschwindigkeit am Ende der Rampe näherungsweise bestimmen könnt? Vergleicht diese Geschwindigkeiten miteinander.

Weißt Du noch?

Die durchschnittliche Änderungsrate einer Funktion f auf einem Intervall $[a,b]$ kann man mit dem Differenzenquotienten bestimmen:

$$m_{[a,\,b]} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Falls der Funktionsgraph von f ein Weg-Zeit-Diagramm ist, dann gibt der Differenzenquotient die durchschnittliche Geschwindigkeit im Zeitintervall $[a,b]$ an.

Spaziergang 08

Das Warten hat ein Ende

Kaiser-Wilhelm-Platz

- Relative Häufigkeiten
- Baumdiagramm
- Arithmetisches Mittel

Jahrgangsstufe
Einführungsphase

Ort
Kaiser-Wilhelm-Platz

Zeit
90 Minuten

Material
Schreibmaterial, Stoppuhr, Taschenrechner

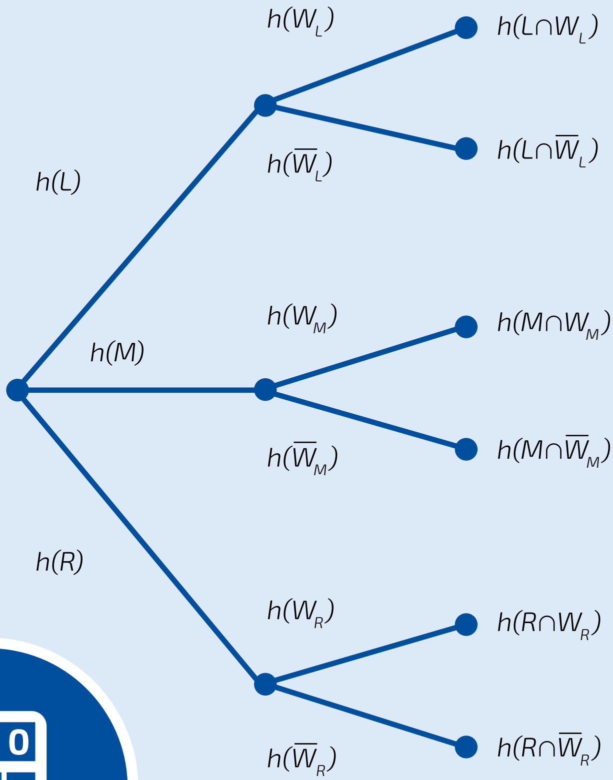
In dieser Aufgabe werden Daten mit dem Ziel erhoben, die Wartezeiten der Autos an der Ampelkreuzung am Kaiser-Wilhelm-Platz mit den Wartezeiten am Kreisverkehr Bonner Str./Konrad-Adenauer-Allee zu vergleichen. Am Kaiser-Wilhelm-Platz gibt es immer wieder lange Staus. Eine Verbesserung der Verkehrssituation könnte eventuell durch einen Kreisverkehr erreicht werden. Ihr werdet im Verlauf der Aufgabe an beiden Standorten Messdaten bezüglich der Wartezeit der Autos erheben und so Vermutungen aufstellen, ob ein Kreisverkehr am Kaiser-Wilhelm-Platz eine gute Alternative wäre.

A1 Teilt die Klasse in zwei Gruppen auf. Die eine Gruppe untersucht den Verkehr aus Richtung Kaiser-Wilhelm-Platz und die andere Gruppe den Verkehr, der aus Richtung Wilhelmstraße kommt. Jede Gruppe wird zusätzlich in drei Untergruppen unterteilt. Jede Untergruppe sucht sich eine der drei Spuren aus, die untersucht wird. Bei eurer Spur sollt ihr für vier Ampelphasen (jeweils rot/grün) jeweils die Anzahl der Autos, die stehen bleiben, sowie deren Wartezeit und die Anzahl der Autos, die ohne zu warten weiterfahren können, notieren.

Hinweis: *Nutzt die Zwischenzeitfunktion einer Stoppuhr, um für mehrere Autos, die nacheinander an der Ampel stehen bleiben, die verschiedenen Wartezeiten zu erfassen.*

A2 Berechnet für eure Spur die relative Häufigkeit der wartenden Autos und die relative Häufigkeit der durchfahrenden Autos. Berechnet zudem die durchschnittliche Wartezeit der wartenden Autos.

Tauscht eure Ergebnisse aus, sodass jeder danach die Informationen für alle Spuren hat.



B1 Vervollständige das Baumdiagramm (siehe Abbildung). Dabei sind $h(L)$, $h(M)$ und $h(R)$ die relativen Häufigkeiten dafür, dass ein Auto über die linke, mittlere oder rechte Spur fährt. $h(W_L)$ ist die relative Häufigkeit der wartenden Autos auf der linken Spur und analog für die anderen Spuren.

B2 Bestimme das arithmetische Mittel der Wartezeit aller Autos (also inklusive der Autos, die nicht anhalten) für

- die einzelnen Spuren.
- alle Spuren zusammen.

C1 Begebt euch zum Kreisverkehr Bonner Str./Konrad-Adenauer-Allee. Erfasst zehn Minuten lang die Daten, die ihr auch in Teilaufgabe **A1** für die Ampelkreuzung erfasst habt, für eine Straße, die zum Kreisverkehr führt. Hier müssen verschiedene Spuren nicht unterschieden werden.

C2 Berechne wieder die relative Häufigkeit der wartenden Autos und das arithmetische Mittel der Wartezeit für alle Autos.

C3 Vergleicht beide Verkehrsknotenpunkte im Hinblick auf den Verkehrsfluss miteinander und reflektiert die Qualität der von euch erhobenen Daten. Beurteilt anschließend den Kreisverkehr als Alternative zu der bisherigen Verkehrssituation am Kaiser-Wilhelm-Platz.

Wusstest Du schon?

1969 wurde durch das „Bonn-Gesetz" der Siegkreis mit dem Landkreis Bonn zum Rhein-Sieg-Kreis erweitert. Im Zuge dessen wurde an der Stelle des alten Landesratamts am Kaiser-Wilhelm-Platz ein neues Kreishaus errichtet, welches vom Bonner Architekten Ernst van Dorp entworfen wurde. Zudem erwarb der Rhein-Sieg-Kreis zahlreiche Gebäude im Mühlenviertel, um diese als Bürogebäude zu nutzen. Anfang der 2000er Jahre zog auch das Gesundheitsamt in das Kreishaus ein. Heute arbeiten in der Kreisverwaltung circa 1500 Menschen in über 600 Büros.

Spaziergang 09

Klettern am Pythagerüst

Spielplatz in der Winterberger Straße

- Abstände
- Ebenengleichungen
- Lagebeziehungen von Ebenen
- Schnittgeraden

Jahrgangsstufe

Einführungsphase (nur Aufgabenteile **A** und **B**) / Qualifikationsphase

Ort

Spielplatz in der Winterberger Straße

Zeit

120 Minuten

Material

Maßband (mindestens 5 Meter) oder Schnur mit Zollstock, Taschenrechner, Schreibmaterial

In dieser Aufgabe sollt ihr das Klettergerüst auf dem Spielplatz in der Winterberger Straße untersuchen. Das Klettergerüst besteht aus Kugeln und Stangen. Zur mathematischen Vereinfachung betrachten wir im Folgenden die Kugeln als Punkte und die Stangen als Geraden im dreidimensionalen Raum.

Wir legen den Koordinatenursprung in die Mitte des Gerüstes am Boden und geben die Koordinaten der vier Kugeln im Sand vor:

A_1 *(1,03 | 1,03 | 0),* A_2 *(1,03 | -1,03 | 0),*
A_3 *(-1,03 | -1,03 | 0),* A_4 *(-1,03 | 1,03 | 0)*

Ihr sollt nun Schritt für Schritt die Koordinaten der übrigen Kugeln bestimmen. Dabei hilft euch der Satz des Pythagoras. Ihr könnt zudem Rechenarbeit sparen, wenn ihr die Symmetrie des Klettergerüstes ausnutzt.

A1 Die Kugeln D_1 bis D_4 liegen genau über den Kugeln A_1 bis A_4. Überlegt euch zunächst, was ihr messen müsst, um die Koordinaten zu bestimmen. Messt die erforderlichen Abstände und bestimmt die Koordinaten der Kugeln D_1 bis D_4.

A2 Berechnet die Koordinaten der Spitze F ausgehend von den Koordinaten, die ihr in Teilaufgabe **A1** bestimmt habt. Dazu könnt ihr die Länge der Diagonalen $\overline{D_1D_3}$ ausrechnen und anschließend den Abstand von D_1 und F messen.

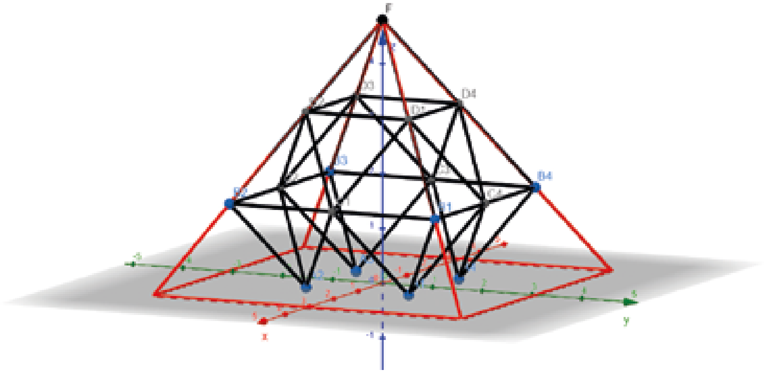
A3 Bestimmt nun die Koordinaten der Punkte B_1 bis B_4. Sie sind in der Abbildung rot eingefärbt.

A4 Bestimmt nun ausgehend von den Koordinaten der Punkte B_1 bis B_4 die Koordinaten der Punkte C_1 bis C_4, die auf derselben Höhe liegen wie die Punkte B_1 bis B_4.

B1 Wenn Kinder auf dem Klettergerüst klettern, sind sie stolz, wenn sie es bis nach ganz oben geschafft haben. Aber was ist eigentlich die größte Entfernung, die sie zwischen je zwei Kugeln zurücklegen müssen? Welche zwei Kugeln sind am weitesten voneinander entfernt?

Überlege und rechne zunächst alleine. Vergleiche dann dein Ergebnis mit dem deiner Mitschülerinnen und Mitschüler.

Das Klettergerüst ist relativ klein. Im nächsten Aufgabenteil stellen wir uns vor, es würde zu einer Pyramide erweitert werden. Die aktuelle Spitze wäre auch die Spitze der Pyramide. Die Ecken D_1 bis D_4 würden auf den Kanten der Pyramide liegen. Seht euch zur Veranschaulichung die Skizze an.



C1 Stelle jeweils die Parametergleichungen der vier von den Dreiecken FD_1D_2, FD_2D_3, FD_3D_4 und FD_4D_1 aufgespannten Ebenen auf.

C2 Im weiteren Verlauf unterstellen wir, dass der Sand eine Ebene bildet. Wir nennen diese Ebene den Boden. Stelle eine Ebenengleichung des Bodens auf.

Die Schnittgeraden der Ebenen aus Teilaufgabe **C1** miteinander und mit dem Boden sind die Kanten der Pyramide. Bestimme die Schnittgeraden der Ebenen mit dem Boden.

C3 Auch die Pyramide soll Kugeln an den Ecken haben. Bestimmt die Koordinaten der neuen Kugeln auf dem Boden. Stellt Euch vor, das Klettergerüst würde so erweitert, dass auch überall in der Pyramide Seile zum Klettern sind. Wie groß ist der maximale Abstand zwischen je zwei Kugeln in der Pyramide? Ist dies auch die längste Strecke, die man klettern kann?

C4 Wäre auf dem Spielplatz genug Platz für diese Pyramide?

Spaziergang 10

Schaukeln mit Sinus und Co

Waldspielplatz in der Aulgasse

- Winkel
- Weg-Zeit-Diagramm
- Transformation der Sinusfunktion
- Ableitungen
- Extrempunkte

Jahrgangsstufe
Qualifikationsphase

Ort
Waldspielplatz in der Aulgasse 187

Zeit
90 Minuten

Material
Geodreieck, Zollstock,
Schreibmaterial, Stoppuhr.
Taschenrechner, Wasserwaage

Begebt euch auf den Waldspielplatz in der Aulgasse. Dort befinden sich sechs Schaukeln, anhand derer ihr euch im Verlauf der Unterrichtsstunde erarbeiten werdet, welche maximale Geschwindigkeit ihr bei moderatem Hin- und Herschaukeln erreicht und an welcher Stelle der Schaukelschwingung diese Maximalgeschwindigkeit angenommen wird.

A1 Bildet Fünfergruppen und verteilt folgende Aufgaben:

- Person 1 schaukelt möglichst gleichmäßig. Sobald sie sich eingeschaukelt hat, gibt sie das Startsignal zum Messen für die anderen *(fliegender Start)*. Der Zeitpunkt des Starts entspricht der Zeit $t = 0$ und erfolgt beim Durchschwingen der Ruhelage in Richtung vorne.
- Person 2 misst jeweils alle Zeiten, zu denen sich der Schaukelsitz am Ausgangspunkt (in der Ruhelage) befindet.
- Person 3 misst jeweils alle Zeiten, zu denen der Schaukelsitz am weitesten nach vorne geschaukelt wird.

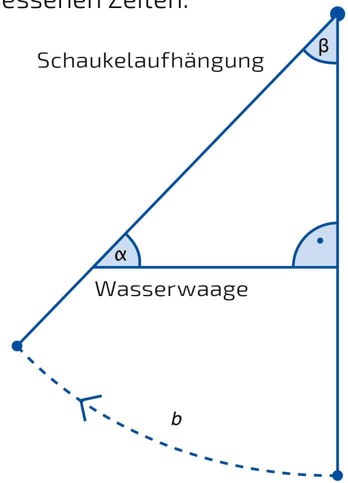
Wusstest du schon?

Ein Überschlag ist mit Schaukeln, die an Seilen aufgehängt sind, nicht möglich. Sobald man über die Horizontale hinausschwingt, schwingt man nicht auf der Kreisbahn zurück, sondern fällt herab. Dabei erschlaffen die Schaukelseile und der Schwung ist weg. Nur bei Schaukeln, die starr an Stangen aufgehängt sind, ist ein Überschlag möglich.

- Person 4 misst jeweils alle Zeiten, zu denen der Schaukelsitz am weitesten nach hinten geschaukelt wird.

- Person 5 stellt sich so neben den Schaukelnden, dass sie die Position des Schaukelbrettes bei der maximalen Auslenkung nach vorne messen kann. Dazu kann man zum Beispiel die Position am Boden mit einem Stein markieren.

Es sollen mindestens vier Durchgänge des Hin- und Herschaukelns gemessen werden. Führt den Versuch durch und notiert euch die gemessenen Zeiten.



A2 Bestimmt den Winkel ß der maximalen Schaukelschwingung nach vorne. Haltet dazu die Schaukel straff an der Aufhängung und bewegt das Schaukelbrett auf dem Kreisbogen, bis es oberhalb der von Person 5 markierten Position ist. Betrachtet die Skizze und haltet die Wasserwaage dementsprechend parallel zum Boden an die Aufhängung der Schaukel. Messt nun den Winkel α, der zwischen der Wasserwaage und der Schaukelaufhängung entstanden ist. Mithilfe dieses Winkels könnt ihr nun den Winkel ß ermitteln.

A3 Bestimmt den Weg, den das Schaukelbrett beim Schaukeln zwischen Ruhelage und vorderster Position zurückgelegt hat. Berücksichtigt dabei, dass es sich dabei um einen Teil eines Kreisbogens handelt, weswegen dieser Weg als Bogenlänge *b* bezeichnet wird.

A4 Übertragt eure ermittelten Werte in ein geeignetes Koordinatensystem. Tragt hierzu auf der *x*-Achse die Zeit und auf der *y*-Achse die vorzeichenbehaftete Bogenlänge (positive Werte für Auslenkungen nach vorne, negative Werte für Auslenkungen nach hinten) der Schaukelschwingung auf. Die Zeitpunkte, an denen sich der Schaukelsitz in der Ausgangsposition befindet, sollen die Nullstellen eurer Funktion sein. Die Zeitpunkte, an denen am weitesten nach vorne (am weitesten nach hinten) geschaukelt wurde, sollen die Hochpunkte (Tiefpunkte) darstellen. Verbindet eure eingezeichneten Punkte zu einer Funktion f, die einer Sinusfunktion ähnelt.

B1 Nenne charakteristische Eigenschaften der allgemeinen Sinusfunktion.

B2 Bestimme eine Transformation g mit $g(x) = a \cdot \sin(c \cdot x)$ mit $a, c \in \mathbb{R}$, welche die Funktion f näherungsweise darstellt. Benutze hierbei die durchschnittliche Periodenlänge deiner gemessenen Schwingungen aus Teilaufgabe **A1**.

C1 Skizziere die Ableitung der Funktion g. Kennst du die entstehende Funktion?

C2 Interpretiere die Bedeutung der Ableitung im Sachzusammenhang.

C3 Bestimme mithilfe der Funktionsgleichung von g die maximale Geschwindigkeit, die beim Schaukeln erreicht wird. Gib zudem alle Stellen der Funktion g an, bei denen die maximale Geschwindigkeit angenommen wird.

Weißt du noch?

Parameter können das Aussehen eines Funktionsgraphen beeinflussen.
Für $g(x) = a \cdot \sin(c \cdot x)$ mit $a, c \in \mathbb{R}$ ist a die Amplitude der Schwingung. Der Faktor c bestimmt die Periodenlänge T der Funktion g:

$$c = \frac{2\pi}{T}$$

Spaziergang II

PYRAMIDE – Viel Spat mit Vektoren!

Kreishaus

- Geraden- und Ebenengleichungen
- Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen
- Abstände
- Spatprodukt

Jahrgangsstufe
Qualifikationsphase

Ort
Pyramide vor dem Kreishaus,
Kaiser-Wilhelm-Platz 1

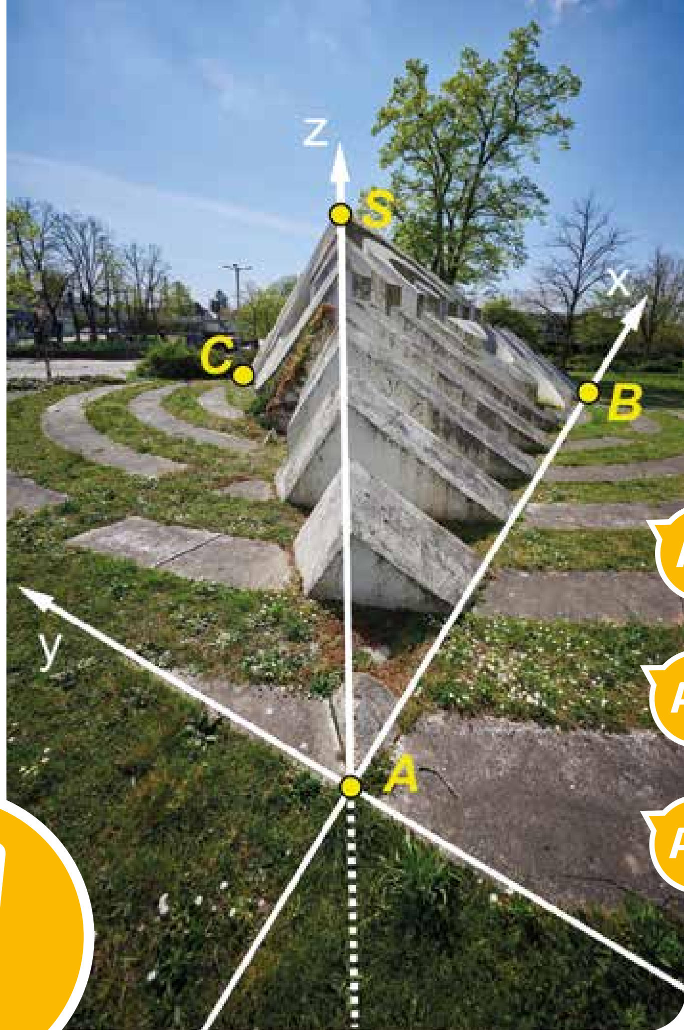
Zeit
90 Minuten

Material
Zollstock/Maßband,
Taschenrechner, Schreibmaterial

Vor dem Kreishaus an der Ecke Wilhelmstraße/Kaiser-Wilhelm-Platz ist eine Wiese mit einem pyramidenförmigen Kunstwerk. Es ist zu hoch, um die Höhe direkt abzumessen, aber mit eurem Wissen über Geraden und Ebenen könnt ihr die Höhe bestimmen.

Im Folgenden seien die Punkte A, B, C und S die Eckpunkte der Pyramide (siehe Abbildung). Nehmt den Eckpunkt A(0|0|0) als Ursprung eures Koordinatensystems und die Gerade durch die Punkte A und B als x-Achse. Die y-Achse soll dabei senkrecht zur Kante $\overline{AB}$ verlaufen und in der Bodenebene liegen. Die z-Achse zeigt senkrecht nach oben.

A1 Messt die Koordinaten der Punkte *A*, *B* und *C* aus. Stellt jeweils die Gleichungen der Geraden durch *A* und *B* sowie der Geraden durch *A* und *C* in Parameterform auf.



A2

A3

A4

Wusstest Du schon?

Die Pyramide wurde 1982 von einem Hennefer Bildhauer aufgestellt. Sie besteht aus 19 Teilen, die zusammen Kreise bilden, welche sinnbildlich für die 19 Gemeinden des Rhein-Sieg-Kreises stehen.

A2 Macht euch Gedanken, wie ihr die Koordinaten eines Punktes auf der von A, B und S aufgespannten Ebene messen könnt, der nicht auf der Geraden durch A und B liegt. Bestimmt die Koordinaten von diesem Punkt und stellt die Gleichung der Ebene durch A, B und S in Parameterform auf.

Hinweis: *Ein Punkt auf der Geraden durch A und S bietet sich dabei an.*

A3 Messt die Koordinaten irgendeines zweiten Punktes auf der Geraden durch C und S. Stellt die Gleichung der durch C und S verlaufenden Geraden in Parameterform auf.

A4 Bestimme die Koordinaten des Punktes S, indem du den Schnittpunkt der durch A, B und S verlaufenden Ebene mit der durch C und S verlaufenden Geraden bestimmst. Wie hoch ist die Pyramide?

B1 Berechne die Längen aller sechs Kanten der Pyramide.

B2 Berechne das Volumen der Pyramide. Ignoriere dabei, dass das Bauwerk keine vollständige Pyramide ist. Schätze, wie viel vom Volumen der Pyramide das Bauwerk tatsächlich ausfüllt.

Weißt du noch?

Das Spatprodukt der Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ *und* $\vec{c}$ ist das Skalarprodukt aus dem Kreuzprodukt zweier Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ und einem dritten Vektor $\vec{c}$. Es ergibt das orientierte Volumen des durch die drei Vektoren aufgespannten Spats (Parallelepipeds). Will man nun das Volumen einer dreiseitigen Pyramide berechnen, muss man den Betrag des Spatproduktes durch sechs teilen.

$$V_{\text{Parallelelepiped}} = |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}|$$

$$V_{\text{Pyramide}} = \frac{|(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}|}{6}$$

Spaziergang 12

Steigungen überwinden – barrierefrei mit Sinus und Cosinus

Siegburg Bahnhof

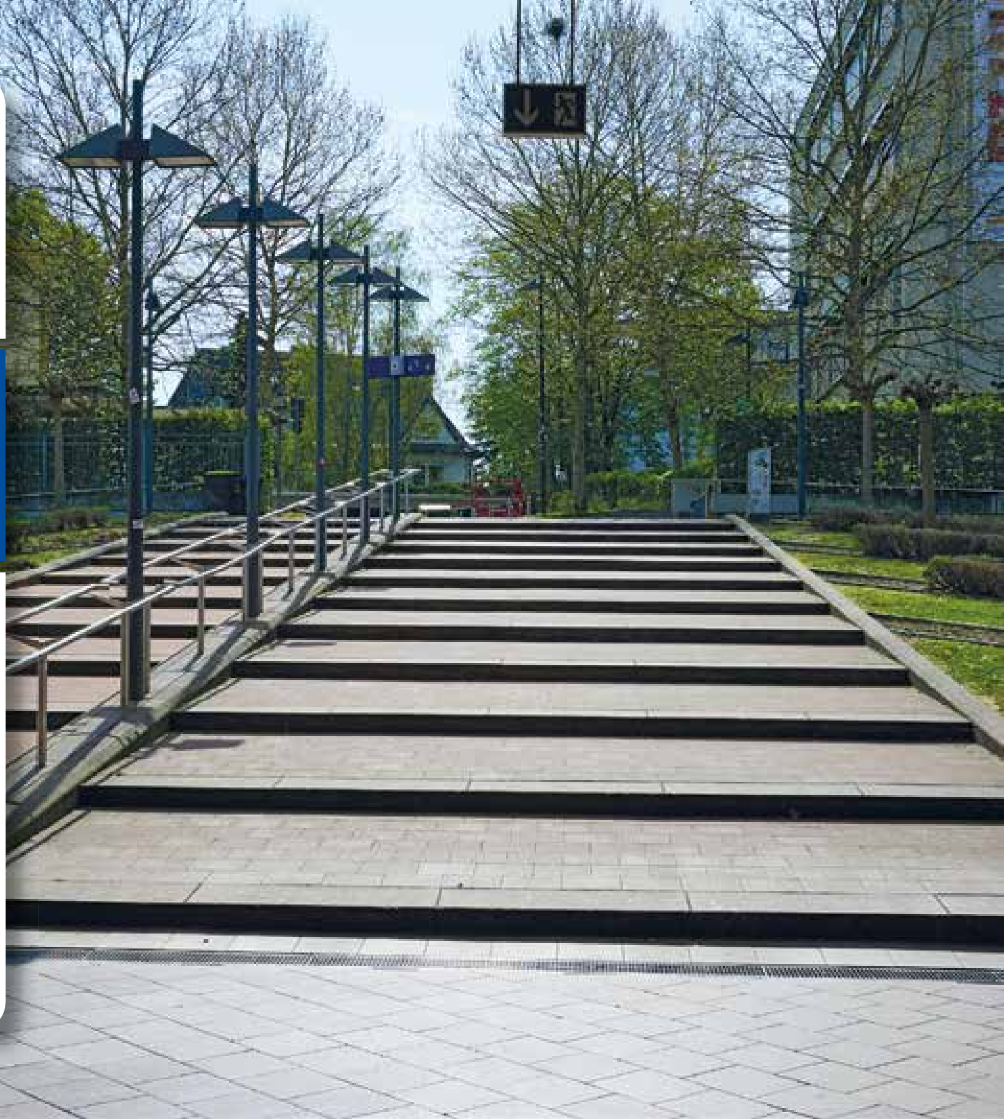
- Steigung
- Trigonometrische Funktionen
- Geraden- und Ebenengleichungen
- Lagebeziehungen von Ebenen
- Lineare Gleichungssysteme

Jahrgangsstufe
Qualifikationsphase

Ort
Treppe am Bahnhof Siegburg zur Hochstraße

Zeit
90 Minuten

Material
Wasserwaage, Geodreieck, Zollstock, Taschenrechner, Schreibmaterial



Wenn ihr durch den Bahnhof hindurch und an den Gleisen der Stadtbahnlinie 66 vorbeigeht, kommt ihr zu einer breiten Treppe, die zur Hochstraße hinaufführt. Wie ihr seht, gibt es außer der Treppe noch Rampen, die es zum Beispiel Personen mit Rollstuhl und Eltern mit Kinderwagen ermöglichen, den Bahnhof von dieser Seite aus zu betreten. Wenn ein Ort für Menschen mit eingeschränkter Mobilität zugänglich ist, nennt man ihn barrierefrei. Damit Treppen durch Rampen ersetzt werden können, muss dafür genug Platz vorhanden sein. Um die Gleise erreichbar zu machen, nutzt man dagegen oft Aufzüge.

A1 Geht zunächst zur Treppe und messt die Höhe einer Stufe.

Wie ihr sehen könnt, sind die Stufen nicht eben, sondern geneigt. Messt den Steigungswinkel der Stufen mit Wasserwaage und Geodreieck. Berechnet, wie viel Höhe man insgesamt pro Stufe gewinnt. Berechnet dann die Höhe der gesamten Treppe.

A2 Wir wollen nun ein geeignetes Koordinatensystem wählen. Nehmt den Eckpunkt T_o, in dem die Treppe und die obere Rampe aufeinandertreffen, als Ursprung des dreidimensionalen Koordinatensystems. Die *x*-*y*-Ebene soll wasserwaageneben sein. Wählt einen Maßstab und legt die Koordinaten des unteren Eckpunktes T_u der Treppe an dieser Seite fest. Er soll in der *x*-*z*-Ebene liegen.

A3 Stelle dir vor, anstelle der Treppe wäre eine Rampe gebaut worden. Bestimme eine Gleichung der Ebene, in der diese Rampe liegen würde. Welchen Steigungswinkel hätte diese Rampe?

B1 Messt mithilfe der Wasserwaage und des Geodreiecks den Steigungswinkel der oberen Rampe. Messt außerdem die Länge der oberen Rampe bis zu den Abflüssen und berechnet die Höhe, die die Rampe überwindet. Legt auf Grundlage dieser Ergebnisse die Koordinaten des Eckpunktes S_o fest.

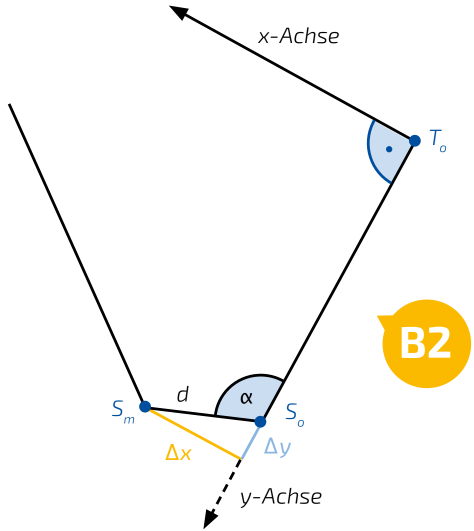
Hinweis: *S_o liegt in der y-z-Ebene.*

B2 Teilt eure Gruppe in zwei Teams auf. Das erste Team misst den Abstand *d* der beiden Eckpunkte S_o und S_m auf der mittleren Ebene und den zur Bestimmung der Koordinaten von S_m benötigten Winkel α. Berechnet die Koordinaten von S_m. Die Abbildung kann euch helfen.

Das zweite Team bestimmt auf dieselbe Art und Weise ausgehend von T_u die Koordinaten des fehlenden Eckpunktes S_u auf der unteren Ebene, indem der Winkel ß sowie der Abstand *d* zwischen den Punkten T_u und S_u gemessen werden. Die rechte Abbildung hilft euch dabei.

Tauscht anschließend die berechneten Koordinaten der Punkte aus.

B3 Bestimme eine Gleichung der Geraden durch T_o und S_o. Überprüfe, ob sie in der Ebene aus Teilaufgabe **A3** liegt.



Die Rampen sind gebaut worden, damit der Bahnhof barrierefrei ist. Je nachdem, wie steil eine Rampe ist, ist ihre Nutzung unterschiedlich anstrengend. Das liegt daran, dass die auf einen Gegenstand einwirkende Hangabtriebskraft F_A umso größer ist, je steiler die Rampe ist. Die auf ein Objekt am Hang einwirkenden Kräfte (Gewichtskraft F_G, Hangabtriebskraft F_A und Normalkraft F_N) sind in der Abbildung dargestellt. Die Normalkraft F_N steht im rechten Winkel zur Rampe. Die Hangabtriebskraft F_A ist parallel zur Rampe.

B4 Wie du siehst, ist die untere Rampe nicht eben, sondern hat einen Knick. Zur Vereinfachung ignorieren wir diesen Knick hier. Stelle eine Geradengleichung der Geraden durch S_m und S_u auf und bestimme den Steigungswinkel dieser Geraden.

C1 Die Gewichtskraft F_G eines Rollstuhlfahrers mit einer Gesamtmasse von 90 Kilogramm beträgt 883 Newton. Wie groß ist die Hangabtriebskraft, die auf den Rollstuhlfahrer einwirkt, wenn er sich auf den vorhandenen Rampen befindet? Wie groß wäre sie auf der Rampe aus Teilaufgabe **A3**?

Hinweis: *Überlege dir zunächst, warum die Dreiecke ABC und A'B'C' ähnlich sind und daher die beiden mit α bezeichneten Winkel in der Abbildung tatsächlich gleich groß sind.*

Wusstest Du schon?

Überall in der Welt begegnen uns Kräfte. Man kann sie nicht direkt sehen, man erkennt sie nur an ihrer Wirkung. Sie können einen Körper zum Beispiel verformen oder beschleunigen. An einer schiefen Rampe wirkt auf einen Körper die Gewichtskraft F_G, welche sich in die Hangabtriebskraft F_A und die Normalkraft F_N zerlegen lässt. Die Gewichtskraft berechnet sich aus dem Produkt der Masse und der Erdbeschleunigung (9,81 Meter je Quadratsekunde). Die Einheit der Kraft ist Newton. Ein Newton entspricht einem kg • m/s^2. Die Hangabtriebskraft lässt das Objekt auf der Rampe nach unten rutschen. Die Normalkraft wirkt senkrecht auf die schiefe Rampe.

Spaziergang 13

Crescendo am Marktplatz

Stadtmuseum

- Parameterform der Geraden
- Schnittwinkel und Schnittpunkte von Geraden
- Länge von Vektoren
- Abstand zweier Punkte

Jahrgangsstufe
Qualifikationsphase

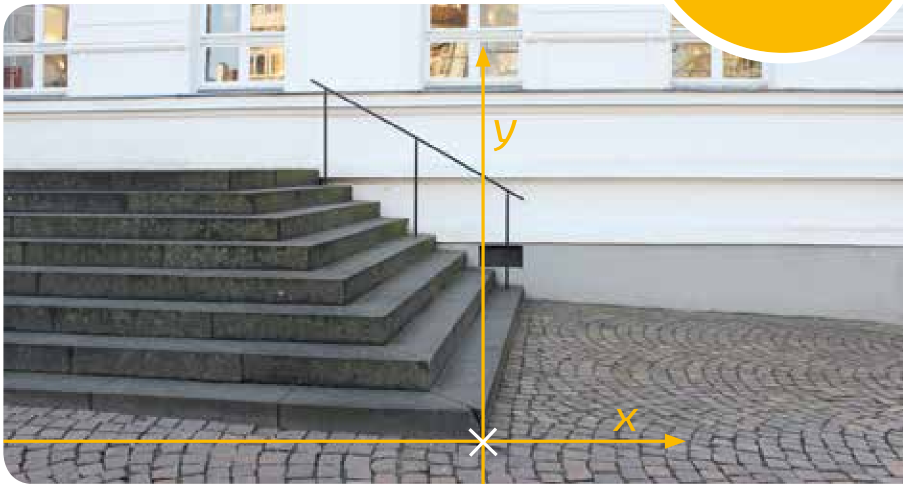
Ort
Stadtmuseum

Zeit
90 Minuten

Material
Zollstock, Stoppuhr, Schreibmaterial

Das Siegburger Stadtmuseum, das 1826 im klassizistischen Stil über dem erhaltenen Gewölbe des mittelalterlichen Rathauses erbaut wurde, ist das Geburtshaus des Komponisten Engelbert Humperdinck. Er hat zum Beispiel die bekannte Märchenoper „Hänsel und Gretel“ komponiert. Heute ist das Gebäude ein Museum zur Geschichte Siegburgs. Es werden auch immer wieder Ausstellungen zeitgenössischer Künstler dort gezeigt. Seit 2014 ist es mit der Siegburger Stadtbibliothek verbunden.

Nimm für die Bearbeitung der Aufgaben an, dass die Steigung des Marktplatzes im Bereich vor dem Stadtmuseum an allen Stellen gleichmäßig verläuft.

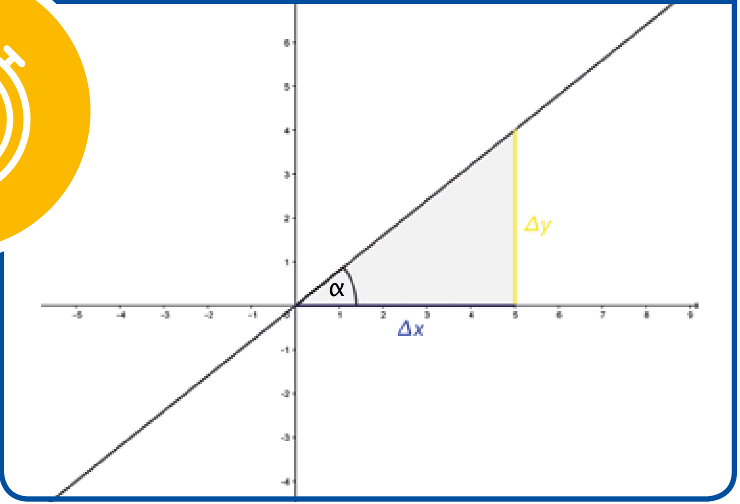


A1 Zeichne die Schnittgerade von Treppe und Marktplatz (siehe blaue Linie in der ersten Abbildung) in ein zweidimensionales Koordinatensystem. Miss dazu einen Punkt, der auf der gesuchten Geraden liegt. Nimm als zweiten Punkt den Koordinatenursprung an der weißen Markierung (siehe zweite Abbildung). Die *x*-Achse soll dabei parallel zur Kante der obersten Treppenstufe verlaufen. Somit hat die oberste Treppenstufe die Steigung Null. Die *y*-Achse zeigt senkrecht nach oben.

Weißt du noch?

Die Steigung m einer Geraden ist der Tangens des Steigungswinkels α. Es gilt:

$$m = \tan(\alpha) = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$



A2 Ermittle mithilfe deiner Messungen eine Parameterform der Geraden.

A3 Bestimme die Steigung der Geraden. Gib auch die prozentuale Steigung an. Bestimme den Steigungswinkel des Marktplatzes.

*Nutze für die Bearbeitung des Aufgabenteils **B** dasselbe Koordinatensystem wie bisher.*

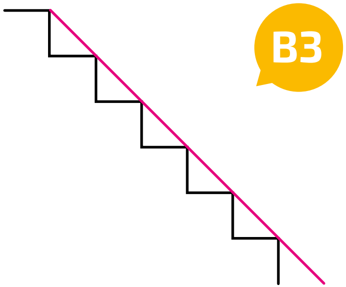
B1 Stelle dir vor, auf den rechten Treppenaufgang solle eine Kinderwagenrampe gelegt werden. Bestimme die Geradengleichung des Querschnitts der Rampe, wie sie in der Abbildung skizziert ist, in Parameterform. Markiere die gemessenen Punkte im Koordinatensystem.

B2 In welchem Winkel schneidet die Rampe den Marktplatz?

B3 Unter dem Aspekt der Barrierefreiheit sollen auch Rollstuhlfahrerinnen und Rollstuhlfahrer eine Rampe nutzen können. Diskutiert, ob die Rampe, so wie ihr sie gerade betrachtet habt, auch für Personen mit Rollstuhl realistisch und sinnvoll ist.

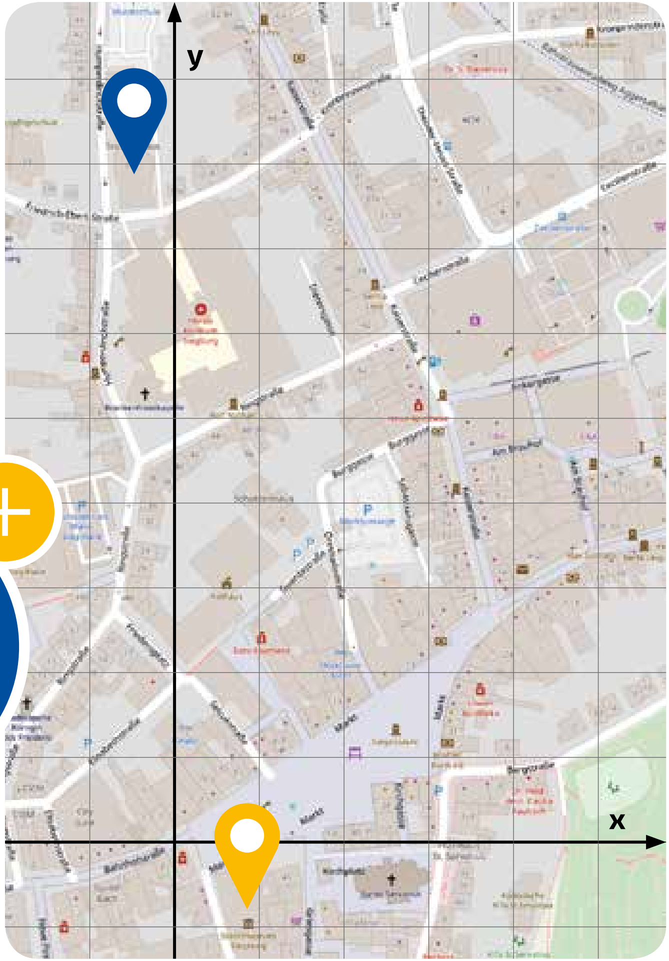
B4 Rollstuhlrampen im öffentlichen Bereich sind mit maximal sechs Prozent Steigung anzubringen. Entscheidet, ob eine Rampe unter den Umständen baulich verwirklicht werden könnte. Begründet eure Entscheidung rechnerisch.

B5 Was für andere Möglichkeiten gäbe es, Barrierefreiheit für das Stadtmuseum zu verwirklichen? Diskutiert eure Ideen.



Wusstest du schon?

Engelbert Humperdinck war ein großer Freund von Richard Wagners Musik. 1880 konnte Humperdinck Wagner in Italien besuchen und begann eine enge Zusammenarbeit mit ihm. Wagner hatte großen Einfluss auf Humperdinck und seine Musik. Erst später fand er wieder zu seinem eigenen, stark von Volksliedern inspirierten Stil zurück. Nach Wagners plötzlichem Tod 1883 unterrrichtete Humperdinck dessen Sohn Siegfried, der später die Bayreuther Festspiele leitete.



Die Musikschule der Stadt Siegburg ist nach dem hier geborenen Komponisten Engelbert Humperdinck benannt. Schon sehr früh wurde die musikalische Begabung des jungen Humperdinck deutlich. Wenn ein Kind heute Musikunterricht bekommt, findet dieser häufig in der Musikschule der Stadt in der Humperdinckstraße 27 statt.

*Für den Aufgabenteil **C** benötigst du ein neues Koordinatensystem. Orientiere dich dazu an der Karte. Wir vernachlässigen hier die in Aufgabenteil **A** berechnete (geringe) Steigung des Marktplatzes.*

C1 Ermittelt eure durchschnittliche Schrittgeschwindigkeit.

C2 Findet auf der Karte zwei verschiedene Wege, die von eurem Standort am Stadtmuseum zur Humperdinckmusikschule führen. Tragt die beiden Wege in den Stadtplan ein.

C3 Lauft beide Wege ab und schätzt eure Position an markanten Punkten des Weges, wo ihr die Richtung ändert. Euer Standpunkt vor dem Museum dient dabei als Koordinatenursprung und das Koordinatensystem wird wie auf der Karte gewählt. Beschreibt beide Wege jeweils durch einen Vektorzug.

***Hinweis:** Ihr könnt einmal die Runde laufen, auf dem einen Weg hin und auf dem anderen zurück. Nutzt die Karte und den Satz des Pythagoras, um anhand eurer gelaufenen Strecke von Punkt zu Punkt eure Position im Koordinatensystem abzuschätzen.*

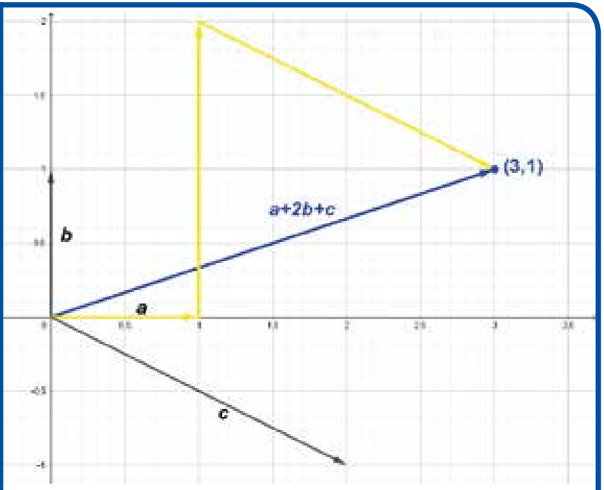
C4 Welcher der beiden Wege ist kürzer? Belegt eure Entscheidung rechnerisch. Nutzt hierzu die Formel zur Berechnung der Länge von Vektoren.

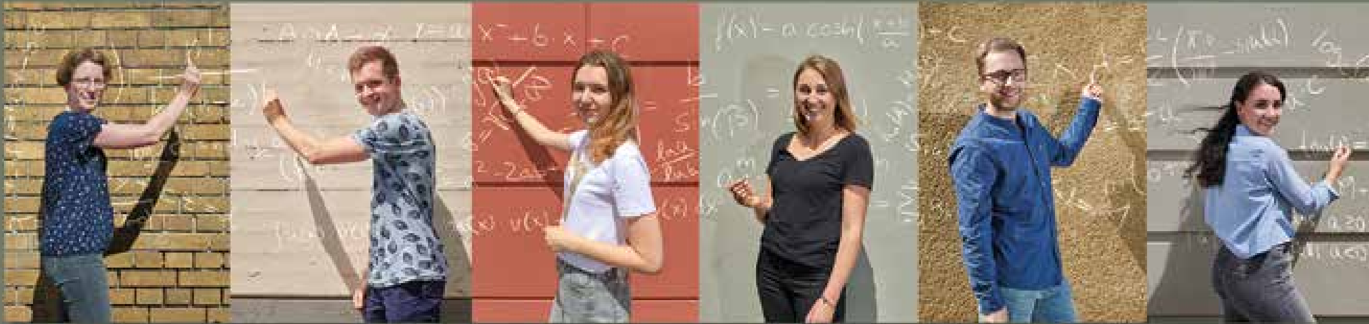
Wusstest du schon?

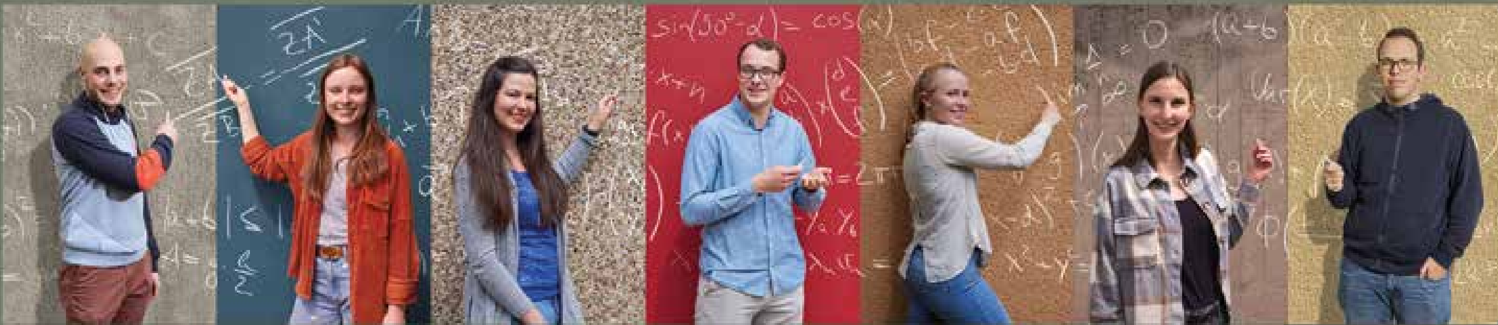
Ein Vektorzug ist ein Vektor $\vec{u}$, der sich als Summe von Vielfachen von Vektoren $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n$ darstellen lässt: $\vec{u} = \lambda_1\vec{a}_1 + \lambda_2\vec{a}_2 + \ldots + \lambda_n\vec{a}_n$, wobei $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n \in \mathbb{R}$.

Beispiel: Seien $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ wie auf dem Bild.

Dann erhalten wir einen Vektorzug: $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$







Impressum

Mathematische Spaziergänge in Siegburg

Klimaneutral
Druckprodukt
ClimatePartner.com/10704-2007-1075

Projektleitung
Dr. Antje Kiesel
Dr. Thoralf Räsch
Universität Bonn
Mathematik-Zentrum
Endenicher Allee 60, 53115 Bonn
spaziergaenge@math.uni-bonn.de

Projektteam (ehemalige Mitglieder)

Zeile 1: Dr. Antje Kiesel, Leonard Strotmann, Yuliya Kryvitskaya, Annika Mester, Maximilian König, Julia Schuster

Zeile 2: Carsten Hoffmann, Hannah Sophia Schmitt, Chiara Mertes, Florian Winterscheid, Diana Raineri, Alexandra Bettin, Nik Oster

Zeile 3: Dr. Thoralf Räsch, Sivar Kadir, Yannick Müller, Alexandra Mauel, Gabriela Brüll, Gerrit Keller

Autorenteam
Marek Müller, Katharina Thome, Nina Vorreyer

Grafische Gestaltung
Frühere Auflagen: Ines Wegge-Schatz, designlevel 2
Aktualisierung: Ines Hentschel, Querblick

Bildnachweis

Volker Lannert
Seite: 2, 3, 8, 18, 23, 26, 27, 28, 40, 45, 46, 49, 58, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 70, 72 , 73 (Foto oben), 75, 78

Projektteam/Autorenteam
Seite: 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 21, 25, 29, 32, 33, 35, 36, 37, 38 (Fotos links), 41, 42, 43, 44, 48, 50, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 59, 60, 67, 68, 69, 71, 73 (Foto unten), 74, 77

Raimund Lenz, Siegburger SV 04
Seite: 30, 31

www.openstreetmap.org
Seite: 14, 76

Lizenzfreie Fotos
Seite: 38 (Abbildung rechts, bearbeitet), 39 (bearbeitet)

Weitere Informationen finden Sie auf unserer Homepage
https://www.mathspaz.uni-bonn.de/

Stand
Aktualisierte Auflage: 2025

MATHEMATISCHE
SPAZIERGÄNGE IN

SIEGBURG

50°47'47,3'' N 7°12'40,1"O

Universität Bonn
Mathematik-Zentrum
Endenicher Allee 60
53115 Bonn
spaziergaenge@math.uni-bonn.de

hausdorff CENTER FOR MATHEMATICS
JOACHIM HERZ STIFTUNG
ArdaghMetalPackaging
UNIVERSITÄT BONN