

Sekundarstufe I Geometrie



- Winkelbestimmung
- Winkelpaare
- Winkelsätze

Material

Schreibmaterial, lose Zettel, Geodreieck, Schnur, Steine / Stöcke zur Befestigung der Schnüre, Zollstock / Maßband, Klebeband, Taschenrechner (pro Lehrkraft) / Laptop mit der GeoGebra-Datei „Zauberformel“

Zeit

120 Minuten

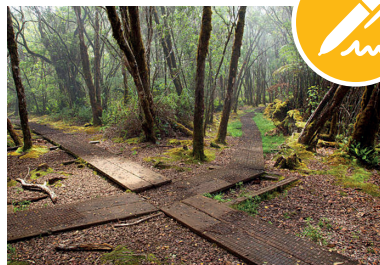
Lernort

Zwei über einen geraden Feld- / Waldweg verbundene Kreuzungen. Die Wege, die die Kreuzungen nicht verbinden, sollen nicht parallel verlaufen. Alternativ können auch Wege in einem verkehrsberuhigten Bereich verwendet werden.

Ganz schön verwinkelt

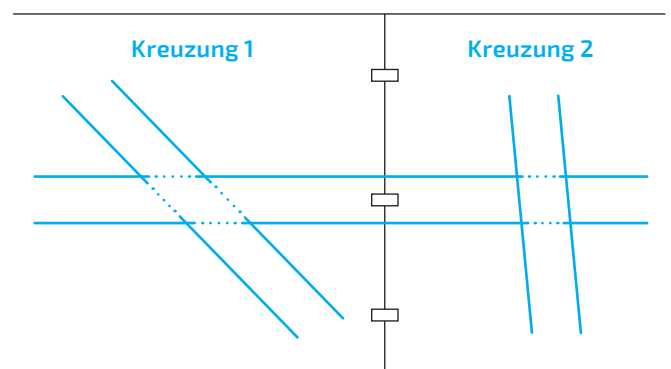
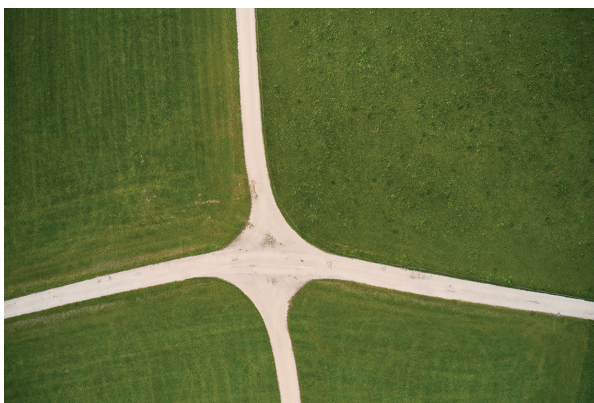
Winkel an Geradenkreuzungen

Beim Spaziergehen durch den Wald bist du sicher schon einmal an einer Kreuzung vorbeigekommen. Seltener noch als bei Straßen stehen die Wege dort senkrecht aufeinander. Vor allem, wenn du schnell läufst oder Fahrrad fährst, ist es umso schwieriger die Kurve zu bekommen, je spitzer der Winkel ist.

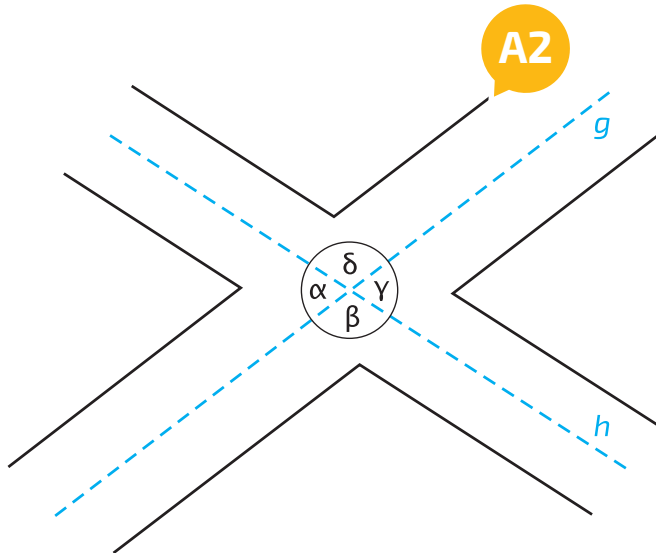


In der Schule habt ihr bereits die Begriffe Nebenwinkel, Scheitelwinkel, Stufenwinkel und Wechselwinkel kennengelernt. Wir wollen heute bestimmte Eigenschaften dieser Winkelpaare an einer Kreuzung entdecken.

Hinweis: Wenn ihr an Feldwegen arbeitet: Achtet bei späteren Aufgabenteilen darauf, dass ihr die Schnüre am Wegrand, nicht aber auf dem Feld selbst spannt, damit ihr die Felder nicht beschädigt. Zudem solltet ihr die Felder nicht betreten.



Verteilt euch auf die beiden Kreuzungen, die ihr modellieren wollt. Die einfachste Möglichkeit der Modellierung besteht darin, die Wege als zwei sich kreuzende Geraden aufzufassen, wie es die folgende Abbildung zeigt.



A1 Vervollständige folgende Sätze mit deinem Wissen aus dem Unterricht:

- Nebenwinkel sind zwei Winkel, die an einer Geradenkreuzung _____ liegen.
- Scheitelwinkel sind zwei Winkel, die an einer Geradenkreuzung _____ liegen.

A2 Welche der folgenden Winkelpaare in der obigen Abbildung sind Nebenwinkel und welche Scheitelwinkel? Kennzeichne die Scheitelwinkel mit dem Buchstaben S und die Nebenwinkel mit dem Buchstaben N.

α, β : _____ α, γ : _____ α, δ : _____

β, γ : _____ β, δ : _____ γ, δ : _____

A3 Entscheide, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind und kreuze an.

	wahr	falsch
Die Nebenwinkel addieren sich immer zu 180° .		
Die Scheitelwinkel addieren sich immer zu 180° .		
Die Nebenwinkel ergänzen sich zu einem gestreckten Winkel.		

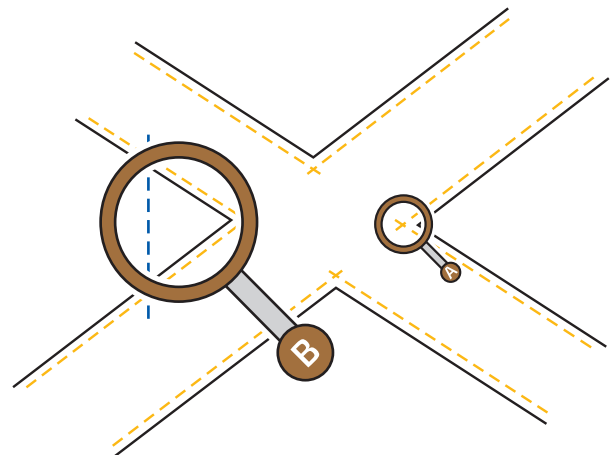
Die Scheitelwinkel können sich zu 180° ergänzen.

Die Scheitelwinkel dürfen sich nicht zu 180° ergänzen.

Die Scheitelwinkel sind immer gleich groß.

Die Nebenwinkel sind immer gleich groß.

Ihr könnt eure Kreuzung aber auch anhand der Wegkanten modellieren (siehe unten stehende Abbildung). Dies sollt ihr im nächsten Aufgabenteil tun und dabei Schritt für Schritt verschiedene Eigenschaften von Winkeln entdecken. Ihr benötigt Schnüre, Steine oder Stöcke und den Zollstock. Wir gehen dabei davon aus, dass die gegenüberliegenden Wege gleich breit sind.



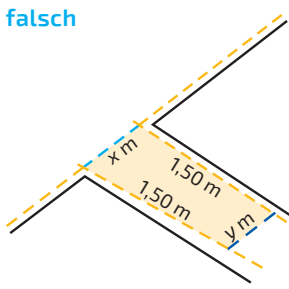
B1 Für die Modellierung einer Ecke der Kreuzung spannt ihr nun jeweils eine zwei Meter lange Schnur entlang der beiden Wege, die dort zusammentreffen (wie in der Abbildung). Achtet dabei darauf, dass ihr diese übereinanderlegt und befestigt (z. B. mit Steinen), um die Winkel später mit eurem kleinen Geodreieck gut ablesen zu können. Wiederholt dies an allen vier Ecken der Kreuzung.



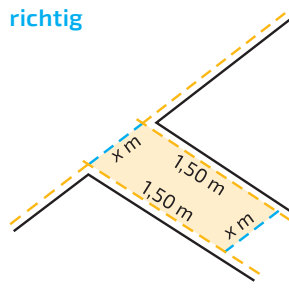
B2  Achtet darauf, dass die Schnüre an den Rändern eines Weges parallel verlaufen. Messt einmal den Abstand der beiden Kreuzungsecken mit dem Zollstock und den Abstand der beiden Schnüre bei 1,50 Meter Entfernung von der Kreuzungsecke. Orientiert euch dabei an der Abbildung. Falls die Abstände unterschiedlich sind, korrigiert diese, bevor ihr fortfährt.



falsch



richtig



B3  Schätzt alle 16 Winkel an der Kreuzung. Messt anschließend vier Winkel mit eurem Geodreieck aus und berechnet die restlichen zwölf Winkel mit Hilfe eures Wissens über Neben- und Scheitelwinkel. Notiert eure Ergebnisse so, dass ihr wisst, zu welcher Kreuzungsecke sie gehören. Wie habt ihr sie notiert und warum?

C1  In der Wusstest du schon-Box habt ihr erfahren, dass man die Winkel auch aus den Seitenlängen eines Dreiecks berechnen kann. Damit können die Winkel, die ihr in Teilaufgabe **B3** ge-

messen habt, nun überprüft werden. Spannt dazu eine weitere Schnur quer über das Feld (Strecke a in der Abbildung), sodass ihr ein Dreieck konstruiert. Messt jeweils die Seitenlängen des Dreiecks und bestimmt anschließend die vier Winkel am Feldrand über die „Zauberformel“ bei eurer Lehrperson. Notiert eure Ergebnisse.



C2 Berechne die restlichen drei Winkel an jeder Kreuzungsecke mit deinem Wissen über Neben- und Scheitelwinkel aus den Teilaufgaben **A1** bis **A3**.

C3  Sehr wahrscheinlich stimmen eure Ergebnisse aus den Teilaufgaben **B3** und **C1** nicht genau überein. Woran könnte das liegen? Welche Ergebnisse sind genauer und warum?

D1 Nun wollen wir eine Skizze der Kreuzung anfertigen, in der alle Wege drei Zentimeter breit sind und die Winkel den gemessenen Winkeln aus Teilaufgabe **B3** entsprechen. Zeichne deine Kreuzung auf ein loses Blatt Papier.

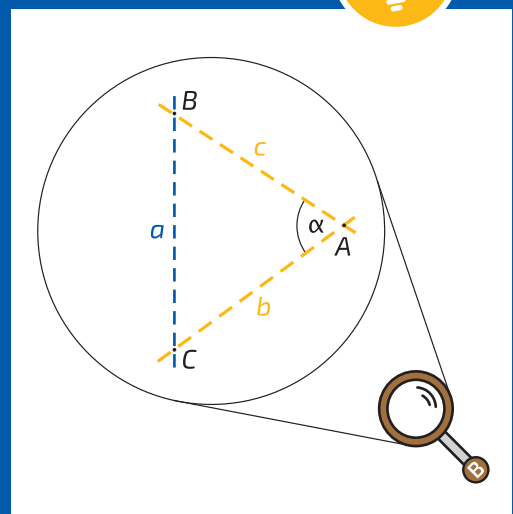
D2  Schließe dich mit einem Gruppenmitglied aus der Gruppe der anderen Kreuzung zusammen. Klebt eure Skizzen aus **D1** so zusammen, dass der Weg, der die beiden Kreuzungen verbindet, zusammenpasst (siehe Abbildung auf der ersten Seite). Was könnte hier zu einem Problem werden, wenn ihr die Wegbreite maßstabsgetreu gezeichnet hättet?

Wusstest du schon?

Man kann die Winkel nicht nur messen, sondern beispielsweise auch mit dem Kosinussatz für Dreiecke berechnen. Um den von den Seiten b und c eingeschlossenen und der Seite a gegenüberliegenden Winkel zu berechnen, benötigst du nur die drei Seitenlängen eines Dreiecks. Die „Zauberformel“ dazu lautet:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\alpha) \Leftrightarrow \alpha = \cos^{-1} \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c} \right)$$

Das sieht ganz schön kompliziert aus, oder? Aber keine Sorge: Es ist nicht schlimm, wenn du diese Formel noch nicht verstehst. In einem späteren Schuljahr lernst du das bestimmt noch.



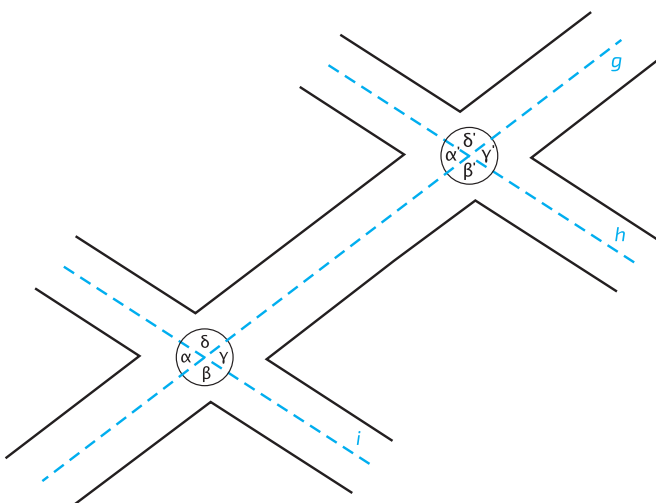


D3 Wo findet ihr Wechsel- und Stufenwinkel? Warum handelt es sich hier um Wechsel- beziehungsweise Stufenwinkel?

D4 Was fällt euch an Unterschieden zwischen den Wechselwinkeln innerhalb einer Kreuzung und zwischen den beiden Kreuzungen auf?

D5 Wann sind zwei Stufenwinkel gleich groß?

E1 Abschließend wollen wir die heute gelernten Inhalte noch einmal festhalten. Fülle dazu den folgenden Lückentext aus. Die Abbildung zeigt euch dabei, wie die Geraden g , h und i gewählt sind.



_____ sind zwei Winkel, die an einer Geradenkreuzung nebeneinander liegen.

Sie ergänzen sich zu _____.

Als _____ bezeichnet man zwei Winkel, die an einer Geradenkreuzung gegenüber liegen. Sie sind immer gleich groß.

Zwei Winkel, die die folgenden beiden Bedingungen erfüllen, heißen _____:

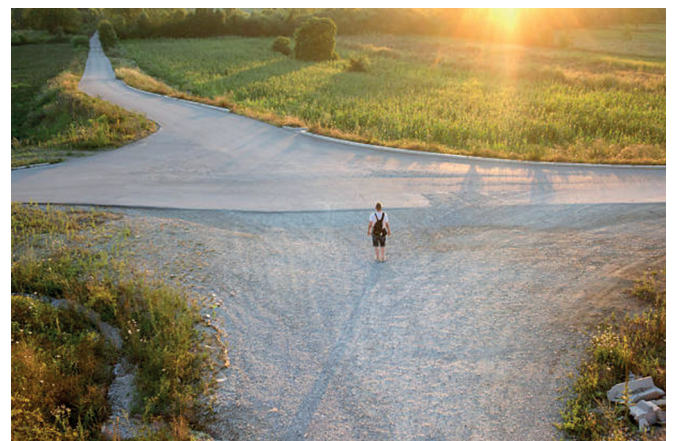
- Sie liegen auf derselben Seite der Schnittgeraden g und
- auf sich entsprechenden Seiten der geschnittenen Geraden h und i .

Genau dann, wenn h und i _____ verlaufen, sind die Stufenwinkel gleich groß.

_____ heißen zwei Winkel, die die folgenden beiden Bedingungen erfüllen:

- Sie liegen auf unterschiedlichen Seite der Schnittgeraden g und
- auf unterschiedlichen Seiten der geschnittenen Geraden h und i .

Genau dann, wenn h und i parallel verlaufen, sind die Wechselwinkel _____.



Unterstützt durch:

hausdorff
CENTER FOR MATHEMATICS

JOACHIM
HERZ
STIFTUNG

