Sekundarstufe I
Geometrie

- Satz des Thales

Material
Großes Geodreieck, Schnur / langes Seil, Schreibmaterial, Zirkel

Zeit
120 Minuten

Lernort
Großer und kreisrunder Brunnen

UNIVERSITÄT BONN MATHEMATISCHE SPAZIERGÄNGE

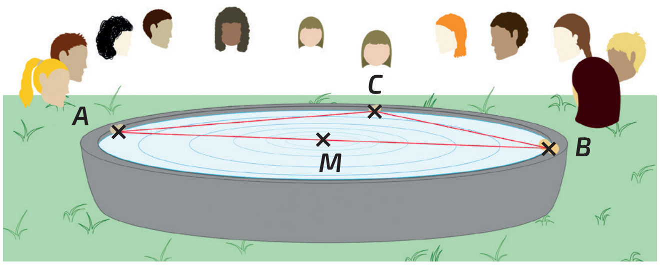
Der Pakt der Winkel

Satz des Thales

Ob in der Architektur, der Statik oder aus ästhetischen Gründen: Rechte Winkel spielen oft eine zentrale Rolle. Habt ihr schon einmal Räume gesehen, in denen die Wände nicht rechtwinklig aufeinander oder auf den Boden treffen? Welche Vorteile haben rechte Winkel beim Hausbau?

In den folgenden Aufgabenteilen werdet ihr den Satz des Thales an eurem Brunnen kennenlernen. Ihr werdet herausfinden, was der Kreis mit den Winkeln des Dreiecks zu tun hat und feststellen, dass eure Beobachtungen für jeden Kreis gelten.

A1 Verteilt euch um den Brunnen. Zwei Personen (*A* und *B*), die sich gegenüberstehen, spannen eine Schnur auf und achten darauf, dass sie durch den Mittelpunkt des Brunnens verläuft.



B reicht das Ende der Schnur nun an eine dritte Person (*C*) weiter, die wiederum die Schnur an *A* weitergibt. So entsteht ein Dreieck *ABC* (siehe Abbildung).

A2 Messt nach, ob die Schnur bei Person *C* einen rechten Winkel aufspannt.

A3 Person *C* gibt die Schnur an die Person rechts neben sich weiter. Messt erneut den Winkel dort. Wiederholt das Weitergeben und Messen anschließend mehrmals. Was fällt euch auf?

B1 Nun tritt Person *C* einen Schritt vom Brunnen zurück. Messt den Winkel bei *C* nach. Wechselt euch ab und probiert verschiedene Abstände zum Brunnen aus. Was stellt ihr fest?

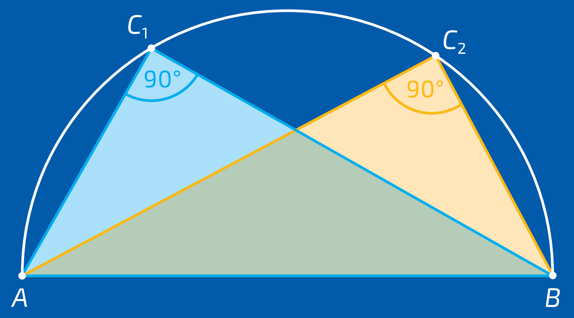
B2 Wiederholt das Vorgehen aus Teilaufgabe **B1**, streckt diesmal eure Arme zum Brunnen

Bilder: großes Bild und unten links – Volker Lannert | oben links und rechts und unten rechts – lizenzfreie Fotos | Abbildung – Projektteam hin, sodass Punkt *C* nicht mehr auf dem Brunnenrand liegt, sondern näher an der Brunnenmitte. Messt erneut den Winkel. Vergleicht euer Ergebnis mit dem aus Teilaufgabe **B1**.

Wir wollen im Folgenden feststellen, dass eure Beobachtungen aus den Aufgabenteilen **A** und **B** nicht nur für diesen Brunnen gelten, sondern für jeden Kreis.

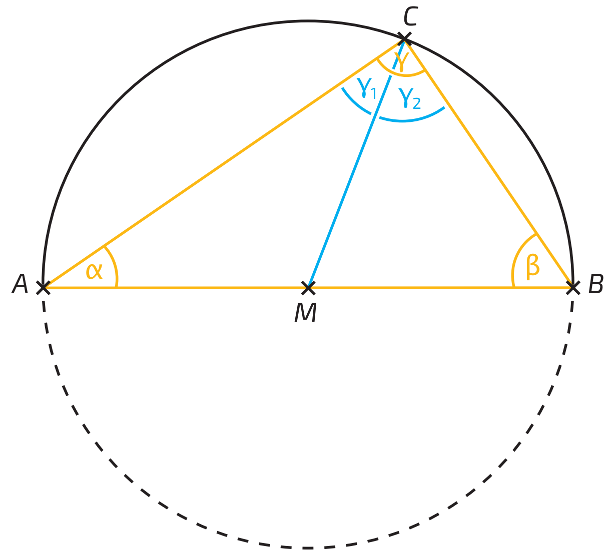
Wusstest du schon?

Der Satz des Thales ist ein zentraler Satz in der Geometrie und schon über 2000 Jahre alt. Er besagt: Wenn bei einem Dreieck *ABC* die Ecke *C* auf dem Kreis mit dem Durchmesser $\overline{AB}$ liegt, dann hat das Dreieck bei *C* einen rechten Winkel.
Anders ausgedrückt: Alle Umfangswinkel über dem Halbkreisbogen sind rechte Winkel.



C1 Überlegt euch, welche Voraussetzungen ihr benötigt, damit der Satz des Thales gilt.

C2 Fertige mit Zirkel und Lineal eine Skizze zum Satz des Thales an. Zeichne dazu das Dreieck *ABC* ein. Trage alle bekannten Größen und Linien ein. Verbinde den Mittelpunkt *M* des Kreises mit dem Punkt *C* auf dem Kreis.



C3 Tragt die Winkel $\gamma_1 = \sphericalangle ACM$ und $\gamma_2 = \sphericalangle MCB$ wie unten abgebildet in eure Skizze ein. Notiere den Zusammenhang zwischen den drei Winkeln γ_1, γ_2 und γ.

C4 Markiert alle Strecken in eurer Skizze, die gleich lang sind. Seht ihr gleichschenklige Dreiecke in eurer Zeichnung?

Weißt du noch?

Der Basiswinkelsatz besagt, dass in einem gleichschenkligen Dreieck die Basiswinkel gleich groß sind.

C5 Wendet den Basiswinkelsatz auf das Dreieck *AMC* und auf das Dreieck *MBC* an. Welche Winkel in eurer Skizze müssen gleich sein?

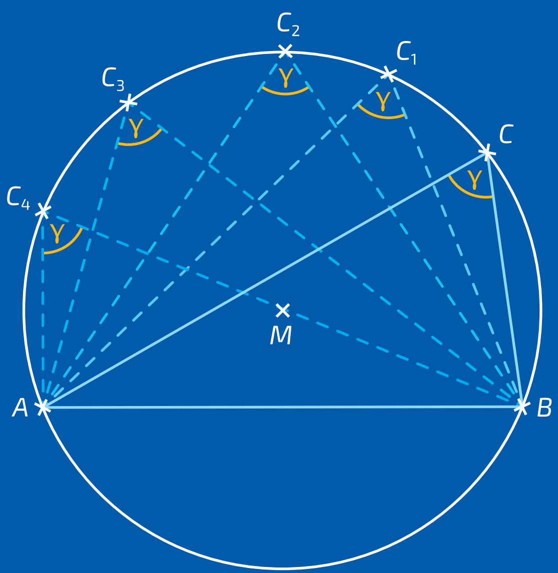
C6 Nutzt nun die Tatsache, dass die Innenwinkelsumme in einem Dreieck gleich 180° ist, um mit den Teilaufgaben **C2** bis **C5** zu zeigen, dass bei *C* ein rechter Winkel liegt. Ihr habt soeben den Satz des Thales bewiesen!

Bild: lizenzfreies Foto

UNIVERSITÄT BONN | MATHEMATISCHE SPAZIERGÄNGE

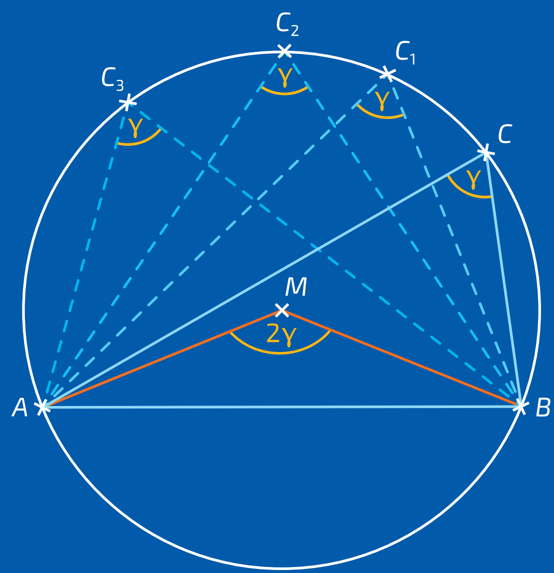
Wusstest du schon?

Der Peripheriewinkelsatz besagt: Alle Peripheriewinkel über demselben Kreisbogen sind gleich groß. Dabei heißt ein Winkel, dessen Scheitel auf der Kreislinie außerhalb des Kreisbogens liegt und dessen Schenkel die Begrenzungspunkte des Kreisbogens schneidet, Peripheriewinkel.



Wusstest du schon?

Der Kreiswinkelsatz besagt: Alle Umfangswinkel über demselben Kreisbogen sind halb so groß wie der zugehörige Mittelpunktswinkel.



D1 Stellt euch nun wie in Aufgabenteil *A* erneut um den Brunnen. Positioniert euch allerdings so, dass die Strecke $\overline{AB}$ nicht mehr durch den Mittelpunkt des Brunnens verläuft. Verfahrt wie in Teilaufgabe **A3**, gebt euch jeweils die Schnur weiter und messt den Winkel bei *C*. Was stellt ihr fest?

D2 Es gibt noch einen weiteren spannenden Satz, den man am Brunnen aber leider nicht so gut ausprobieren kann. Diesen findest du in der Wusstest du schon-Box oben rechts. Wieso kann man den Satz am Brunnen nicht gut veranschaulichen? Wo könnte man ihn besser veranschaulichen?

Wusstest du schon?

Der Satz des Thales ist nach dem griechischen Mathematiker Thales von Milet benannt, der um 600 vor Christus lebte. Man glaubt, dass er der erste war, der den Satz bewiesen hat. Neben weiteren bedeutenden mathematischen Beobachtungen (wie dass ein Kreis durch seinen Durchmesser halbiert wird) lieferte Thales auch wichtige Erkenntnisse in der Astronomie und anderen Naturwissenschaften. Ihm zu Ehren wurde deshalb eine Gattung der Weinreben *Thalesia* genannt.

Unterstützt durch:
hausdorff CENTER FOR MATHEMATICS
JOACHIM HERZ STIFTUNG

Bild: lizenzfreies Foto