

Sekundarstufe I Geometrie



- Strecken
- Flächen und Volumen
- Kreiszahl π

Material

Schreibmaterial, Taschenrechner, Maßband / Zollstock, Stoppuhr

Zeit

45 – 60 Minuten für jeden Aufgabenteil (Die Teile **A – D** können unabhängig voneinander bearbeitet werden.)

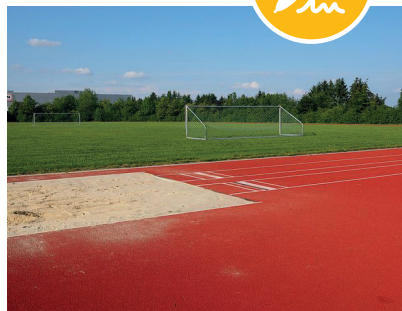
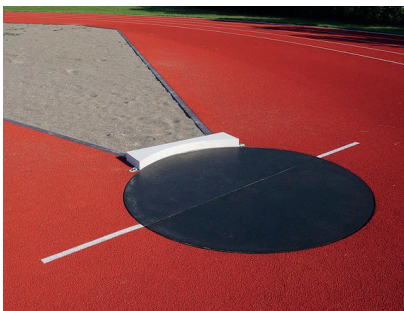
Lernort

Sportplatz, falls möglich mit Laufbahn, Weitsprunganlage und Möglichkeit zum Kugelstoßen

Einen Sportplatz fair messen

Genormte Strecken und Flächen

Einen Fußballplatz gibt es eigentlich in jedem Dorf, weil Sport in unserem Leben eine wichtige Rolle spielt. Bewegung aller Art an der frischen Luft ist nicht nur gut für die körperliche, sondern auch für die geistige Gesundheit. Mehr als sieben Millionen Menschen sind in einem Fußballverein des DFB gemeldet (Stand: 2020) und knapp 800.000 Mitglieder im Deutschen Leichtathletik-Verband (Stand: 2021). Überleg doch mal, wer sich sonst noch auf einem Sportplatz aufhält und was für Sportarten man dort betreiben kann.



Viele Größen auf dem Sportplatz sind genormt, um faire Wettkampfbedingungen zu ermöglichen. Welche Größen könnten das sein? Kennst du vielleicht sogar ihren Wert? Leider kann es in der Umsetzung trotzdem zu Schwankungen kommen. Daher sollst du heute verschiedene Strecken und Flächen auf einem Sportplatz in deiner Nähe messen oder berechnen und teilweise mit der Norm vergleichen.

Hinweis: Da es in dieser Aufgabe u. a. um die Vermessung des Fußballfeldes geht, wäre das Messen mit dem Maßband beziehungsweise Zollstock zu aufwändig. Daher könnt ihr beim Messen von langen Strecken wie folgt vorgehen:

1. Schritt: Messt eine Strecke von 10 Metern mit dem Maßband.
2. Schritt: Geht diese Strecke ab und zählt dabei die Anzahl eurer Schritte.

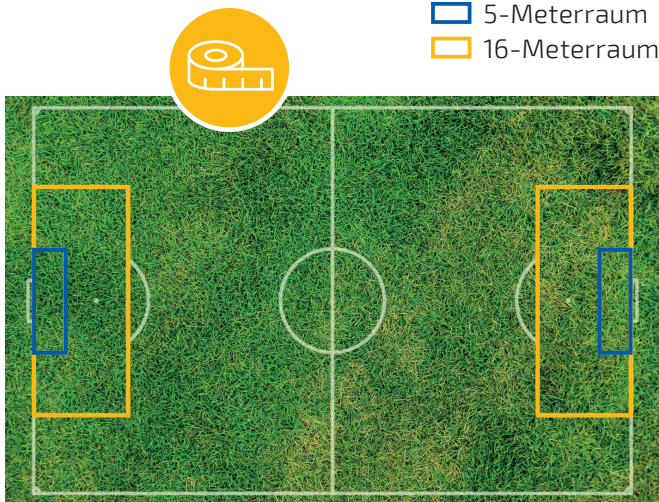
3. Schritt: Jetzt kann jeder die eigene durchschnittliche Schrittlänge l in Metern wie folgt bestimmen

$$l = \frac{10}{\text{Schrittzahl}}$$

Wenn ihr nun beim Abgehen von Strecken die Anzahl eurer Schritte zählt, könnt ihr mithilfe der Schrittlänge die zurückgelegte Entfernung bestimmen.

A1  Bildet zunächst Vierergruppen und messt folgende Längen (siehe Abbildung auf der nächsten Seite):

- Länge und Breite des Fußballfeldes
- Länge und Breite des 16-Meterraumes
- Länge und Breite des 5-Meterraumes
- Höhe und Breite des Tores



A2 👤 Vergleicht anschließend eure in Teilaufgabe **A1** gemessenen Strecken mit den Normwerten eines Fußballfeldes (siehe Wusstest du schon-Box). Welche Unterschiede gibt es? Woran könnte das liegen?

Wusstest du schon?

Das Ausmaß und die Abmessungen von Fußballfeldern unterscheiden sich nicht nur zwischen den einzelnen Ländern, sondern auch innerhalb einer Liga. Der Deutsche Fußball-Bund (DFB) gibt in seinen Leitlinien lediglich vor, dass das Spielfeld rechteckig sein muss und bei nationalen Spielen zwischen 45 und 90 Metern breit beziehungsweise zwischen 90 und 120 Metern lang sein muss. Laut UEFA- bzw. FIFA-Richtlinien ist eine Breite zwischen 64 und 75 Metern und eine Länge zwischen 100 und 110 Metern vorgeschrieben.

A3 Berechne Umfang und Flächeninhalt

- des gesamten Feldes,
- des halben Feldes (getrennt durch die Mittellinie),
- des 16-Meterraumes und
- des 5-Meterraumes

mithilfe deiner Messwerte aus **A1**.

A4 Bestimme den Anteil der Flächeninhalte aus Teilaufgabe **A3** jeweils am gesamten Fußballfeld und gib diesen jeweils als Bruch und in Prozent an.

A5 Wie groß ist die zu treffende Fläche beim Torschuss?

A6 👤 Legt euch zu viert längs hintereinander liegend auf die Linie zwischen den zwei Torpfosten. Passt ihr gemeinsam ins Tor? Falls nein, testet mit einer weiteren Gruppe. Wie viele Personen braucht ihr, um die Linie zwischen den zwei Torpfosten auszufüllen?



In Aufgabenteil **B** beschäftigt ihr euch mit der Vermessung der Weitsprunganlage

Wusstest du schon?

Der Weitsprung ist seit 1896 olympische Disziplin für Männer und seit 1948 für Frauen. Der beste Weitspringer sprang 1991 mit einem Weltrekord von 8,95 Metern fast bis zum Ende der Sprunggrube. Der Abstand zwischen der Absprunglinie und dem Ende der Sprunggrube muss mindestens zehn Meter betragen. Zudem muss die Sprunggrube zwischen 2,75 und 3 Meter breit sein.

B1 Die Form welchen geometrischen Körpers hat die Sprunggrube?

B2 Wie groß ist die Sandfläche, in die Sportlerinnen und Sportler hineinspringen können? Entspricht deine Grube der vorgeschriebenen Mindestgröße (siehe Wusstest du schon-Box)?

B3 Wie viele Liter Sand befinden sich im Idealfall in der Grube?

B4  Übt euch selbst im Weitsprung. Wie weit seid ihr gekommen? Gebt eure Weite im Verhältnis zur Länge der Grube als Bruch und als Prozentzahl an.

Wusstest du schon?

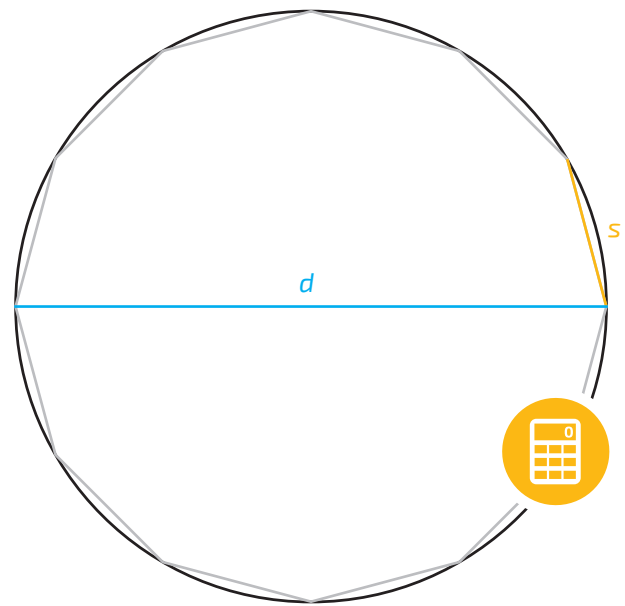
Kugelstoßen hat sich als Disziplin aus dem Stoßen mit schweren Natursteinen und später schweren Metallstücken entwickelt. Ursprungsland des Kugelstoßens ist Großbritannien. So erklären sich auch das Gewicht der Kugel für die Männer (16 engl. Pfund $\approx 7,257$ Kilogramm) und der Durchmesser des Stoßkreises (7 engl. Fuß $\approx 2,135$ Meter). Später einigte man sich auf ein Kugelgewicht von 4 Kilogramm für die Frauen.

In Aufgabenteil **C** vermisst ihr den Mittelkreis des Fußballfeldes und den Kreis fürs Kugelstoßen. Aus dem Unterricht wisst ihr, dass uns bei den Formeln für Flächeninhalt und Umfang von Kreisen die Kreiszahl π begegnet. Für den Umfang U eines Kreises mit Durchmesser d gilt:

$$U = d\pi \Leftrightarrow \pi = \frac{U}{d}$$

Das Verhältnis vom Umfang eines Kreises zu seinem Durchmesser sollt ihr nun anhand des folgenden Experimentes überprüfen.

C1  Messt näherungsweise den Umfang und den Durchmesser, indem ihr zählt, wie oft eure Schuhlänge s in die jeweilige Strecke passt. Führt dieses Experiment am Mittelkreis vom Fußballfeld und am Kreis an der Kugelstoßanlage durch. Nutzt immer nur natürliche Zahlen. Rundet sinnvoll.

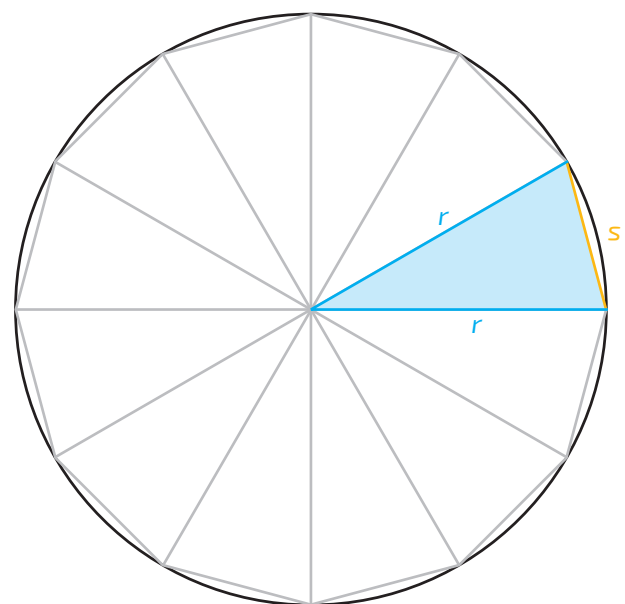


C2 Berechne das Verhältnis von Umfang und Durchmesser für beide Kreise.

Für den Flächeninhalt A eines Kreises mit Radius r gilt:

$$A = \pi r^2 \Leftrightarrow \pi = \frac{A}{r^2}$$

C3  Ihr werdet nun das Verhältnis vom Flächeninhalt A zum Quadrat des Radius r an beiden Kreisen überprüfen. Dazu könnt ihr folgende Überlegung nutzen: Konstruiert, wie in der Abbildung, gleichschenklige Dreiecke im Kreis. Die beiden Schenkel bilden den Radius r und die Grundseite s ist die Länge eines Schuhs, die ihr



mit dem Maßband beziehungsweise Zollstock messen könnt. Wenn ihr jedes Dreieck in zwei rechtwinklige Dreiecke aufteilt, könnt ihr nun mithilfe des Satzes des Pythagoras den Flächeninhalt des gleichschenkligen Dreiecks bestimmen.

Hinweis: Es passen genauso viele Dreiecke in den Kreis wie Schuhlängen auf den Umfang.

Berechnet damit für beide Kreise das Quadrat des Radius und eine Schätzung für den Flächeninhalt.

C4 Berechne das Verhältnis zwischen Flächeninhalt und Quadrat des Radius für beide Kreise.

C5  Warum weichen eure Ergebnisse in den Teilaufgaben **C2** und **C4** von π ab? Welches der beiden Ergebnisse ist jeweils genauer? Woran könnte das liegen?

Wusstest du schon?

Die Zahl π ist irrational. Sie hat unendlich viele Nachkommastellen, die keine Periode aufweisen. Ein Bruch zweier rationaler Zahlen ist dagegen immer rational. Streng genommen kann man die Zahl π mit unseren Experimenten also gar nicht exakt bestimmen, aber eine gute Annäherung gelingt.



In Aufgabenteil **D** beschäftigt ihr euch mit der Vermessung der Laufbahn.



D1 Die Innenlinie der Laufbahn sieht so aus, als ob sie aus zwei Geraden besteht, die durch zwei Halbkreise miteinander verbunden sind. Überprüfe, ob die Verbindungen der beiden Geraden wirklich Halbkreise sind.

D2 Berechne die Fläche der Laufbahn.

D3 Welche Bahn ist am längsten bzw. am kürzesten? Bestimme die Längen der beiden Bahnen und deren Differenz. (Nimm an, dass genau in der Mitte der jeweiligen Bahn gelaufen wird.)

D4  Findet zwei faire Startpositionen für einen 400-Meter-Lauf, wenn eine Person auf der kürzesten und eine Person auf der längsten Bahn läuft. Startet anschließend an den ausgewählten Positionen eure Stadionrunde.

Unterstützt durch:

hausdorff
CENTER FOR MATHEMATICS

JOACHIM
HERZ
STIFTUNG

