

Alles eine Frage der Perspektive

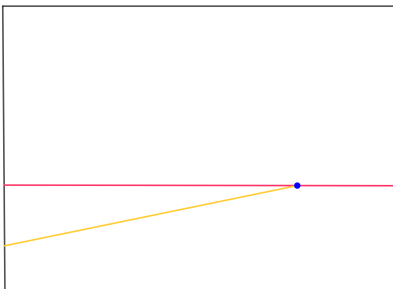
Zentrische Streckungen

Lösungsvorschlag

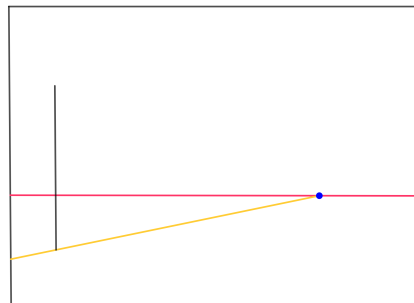
Hinweis: Das folgende Bild zeigt die Rochusstraße in Bonn (Duisdorf), an welcher sich die Lösung orientiert (die verwendeten Werte sind rein fiktiv). Diese Lösung stellt lediglich einen Lösungsvorschlag dar. Je nach Lernort weichen die Ergebnisse ab.



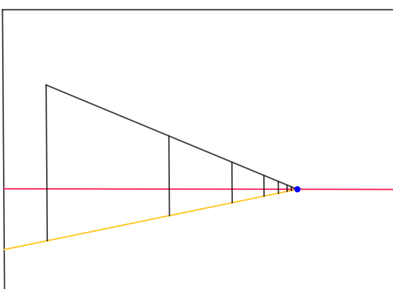
A2 Die folgende Abbildung zeigt die Horizontlinie (pink), den Fluchtpunkt (blau) und die Fluchtlinie, die die Laternenfüße miteinander verbindet (gelb).



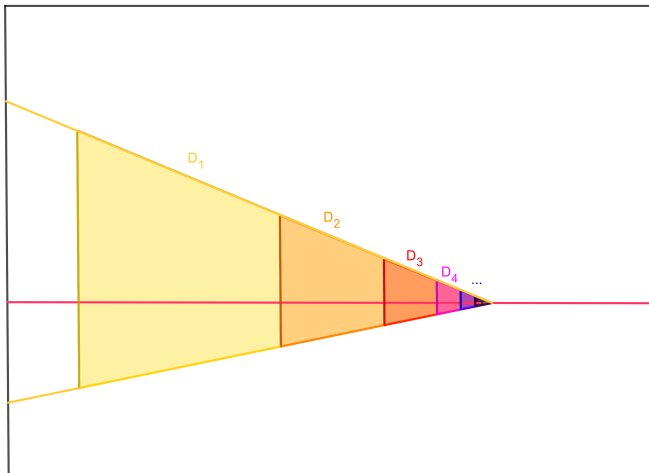
A3 Die vorderste Laterne hat einen Abstand von 8,07 cm zum Fluchtpunkt, wenn man die Distanz über das Lineal anpeilt. Die angepeilte Höhe der vordersten Laterne beträgt 4,92 cm. Damit ergibt sich folgende Skizze:



A4 Es ergibt sich folgende Skizze:



A5 Die folgende Skizze visualisiert die zu betrachtenden Dreiecke:



Die Dreiecke $D_1, D_2, D_3, D_4, \dots$ sind ähnlich zueinander. Entsprechende Winkel sind gleich groß und die Längen entsprechender Seiten stehen im gleichen Verhältnis zueinander.

B1 Die nullte Laterne hat in der Skizze eine Höhe von 1,28 cm. Das Streckzentrum Z entspricht dem eingezeichneten Fluchtpunkt.

B2 Die Ergebnisse sind der folgenden Tabelle zu entnehmen:

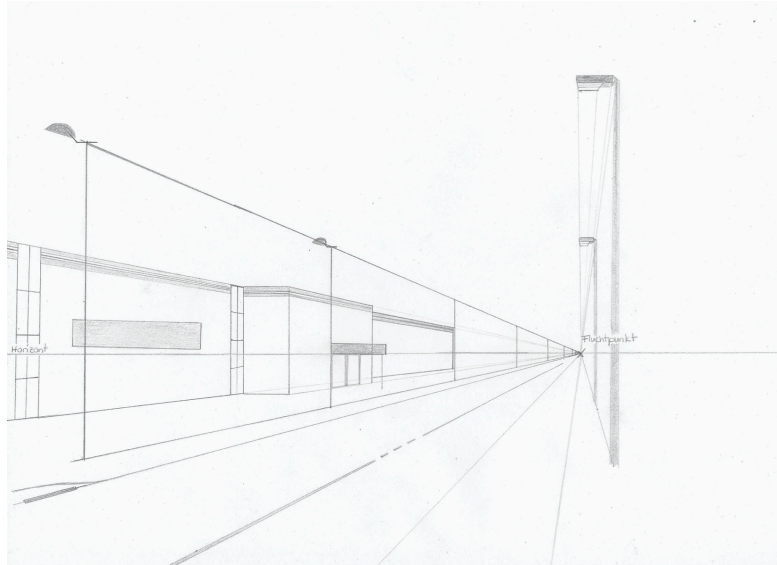
Laternennummer	Laternenhöhe in der Skizze	Streckfaktor
-2	4,92cm	$\frac{4,92}{1,28} \approx 3,84$
-1	2,51cm	$\frac{2,51}{1,28} \approx 1,96$
0	1,28cm	1
1	0,65cm	$\frac{0,65}{1,28} \approx 0,51$
2	0,37cm	$\frac{0,37}{1,28} \approx 0,29$
3	0,2cm	$\frac{0,2}{1,28} \approx 0,16$
4	0,12cm	$\frac{0,12}{1,28} \approx 0,09$

B3 Die Streckfaktoren der Laternen mit positiven Nummern liegen zwischen Null und Eins, während die Streckfaktoren der Laternen mit negativen Nummern größer als Eins sind.

B4

- Liegt der Streckfaktor k zwischen 0 und 1, so wird die Figur kleiner.
- Ist der Streckfaktor k größer als 1, so wird die Figur vergrößert.
- Ja, der Streckfaktor kann auch eine negative Zahl sein. Dann fällt die Figur auf die andere Seite des Streckzentrums. Ein Beispiel dafür, welches in diesem Spaziergang kennengelernt wurde, ist das Sehen mit dem menschlichen Auge (siehe Abbildung in der Aufgabenstellung).
- Liegt das Streckzentrum Z in einem Punkt der Originalfigur, so verändert sich die Lage dieses Punktes durch die zentrische Streckung nicht. Dies kann ausgenutzt werden, um eine Figur maßstabsgetreu vergrößern oder verkleinern zu können, ohne dass sich die Lage dieses Punktes verändert (beispielsweise wenn die Laterne in der Zeichnung an der richtigen Stelle, aber zu klein eingezeichnet wurde).

B5 Es können Straßen, Häuser/Gebäude, Autos, Fahnen und viele weitere Dinge mit Hilfe von zentrischer Streckung in die angefertigte Zeichnung eingetragen werden. Die fertige Skizze kann wie folgt aussehen:



Didaktischer Kommentar

Dieser Mathematische Spaziergang richtet sich an Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe 1 und beinhaltet die Themen zentrische Streckung, perspektivische Zeichnung sowie die Ähnlichkeit und Kongruenz von Figuren. Als Lernort eignet sich ein gerader Weg, an dem mindestens fünf Laternen hintereinander stehen (z.B. in einem Park). Falls mehr Laternen zur Verfügung stehen, bietet es sich an, die Lernenden in Kleingruppen aufzuteilen, die die Aufgabe an verschiedenen Standpunkten bearbeiten.

In Aufgabenteil **A** lernen die Schülerinnen und Schüler ihre Umgebung zu mathematisieren. Die reale Situation, in der der Fluchtpunkt und die Fluchtlinien gesucht werden und anschließend in einen mathematischen Kontext gesetzt werden, leitet die Lernenden dazu an. Die Schülerinnen und Schüler müssen Maßangaben in Sachsituationen ermitteln und diese maßstabsgetreu in eine Skizze übertragen.

In Aufgabenteil **B** erzeugen die Schülerinnen und Schüler ähnliche Figuren durch zentrische Streckungen und ermitteln aus der vorher erstellten Skizze Streckzentrum und Streckfaktor. Die Lernenden können an einer Realsituation erfahren, welche Auswirkungen die Größe des Streckfaktors k auf die Figur hat. Es empfiehlt sich, das Thema zentrische Streckung vorher im Unterricht einzuführen. Den Schülerinnen und Schülern sollte insbesondere bekannt sein, wie sich der Streckfaktor berechnen lässt.

Das Thema perspektivisches Zeichnen kann fächerübergreifend im Kunstunterricht aufgegriffen werden. Insbesondere Teilaufgabe **B5** motiviert bereits zum künstlerischen Gestalten der perspektivischen Zeichnung.