

Sicher und umweltfreundlich unterwegs

Wahrscheinlichkeiten im Straßenverkehr

Lösungsvorschlag

Hinweis: Diese Lösung wurde am Beueler Bahnhof erstellt und stellt lediglich einen Lösungsvorschlag dar. Je nach Lernort weichen die Ergebnisse ab.

A1 Ein Fahrrad gilt als verkehrssicher, wenn es entsprechend der Straßenverkehrs-Zulassungs-Ordnung (StVZO) ausgerüstet ist. Es benötigt: eine helltönende Klingel, zwei voneinander unabhängige Bremsen sowie zwei rutschfeste und festverschraubte Pedale, die mit je zwei nach vorn und hinten wirkenden, gelben Rückstrahlern ausgestattet sind. Wichtig ist zudem die Fahrradbeleuchtung. Vorgeschrieben sind ein weißer Frontscheinwerfer sowie ein rotes Rücklicht. Für gute Sichtbarkeit von der Seite sind wahlweise Reflektorstreifen an den Reifen oder gelbe Speichenreflektoren (jeweils zwei pro Rad) vorgeschrieben. Auch ein weißer Reflektor vorne und ein roter Großrückstrahler hinten sind vorgeschrieben.

A2 In unserer Stichprobe sahen 21 von 30 Fahrrädern verkehrssicher aus. Damit beträgt die absolute Häufigkeit $H = 21$ und die relative Häufigkeit $h = \frac{21}{30} = 0,7$.

A3 Ein Fahrrad sieht auf den ersten Blick verkehrssicher aus, wenn es mit allen in Teilaufgabe **A1** genannten Elementen ausgerüstet ist. Es ist jedoch nur tatsächlich verkehrssicher, wenn alle Elemente auch funktionieren.

Die Begriffe „relative Häufigkeit“ und „Wahrscheinlichkeit“ werden fälschlicherweise oftmals synonym verwendet. Da die relative Häufigkeit aber nur ein bestimmtes Experiment betrachtet, das nicht unendlich oft ausgeführt wurde, kann man die beiden Begriffe in den meisten Fällen nicht gleichsetzen. Die Wahrscheinlichkeit entspricht dem Wert, den die relative Häufigkeit annehmen würde, wenn der Versuch mit unendlich vielen Wiederholungen ausgeführt werden würde. Möchte man die Wahrscheinlichkeit genauer vorhersagen, muss man die Zahl der zufällig ausgewählten Fahrräder vergrößern. Diese Feststellung beruht auf dem sogenannten „Gesetz der großen Zahlen“.

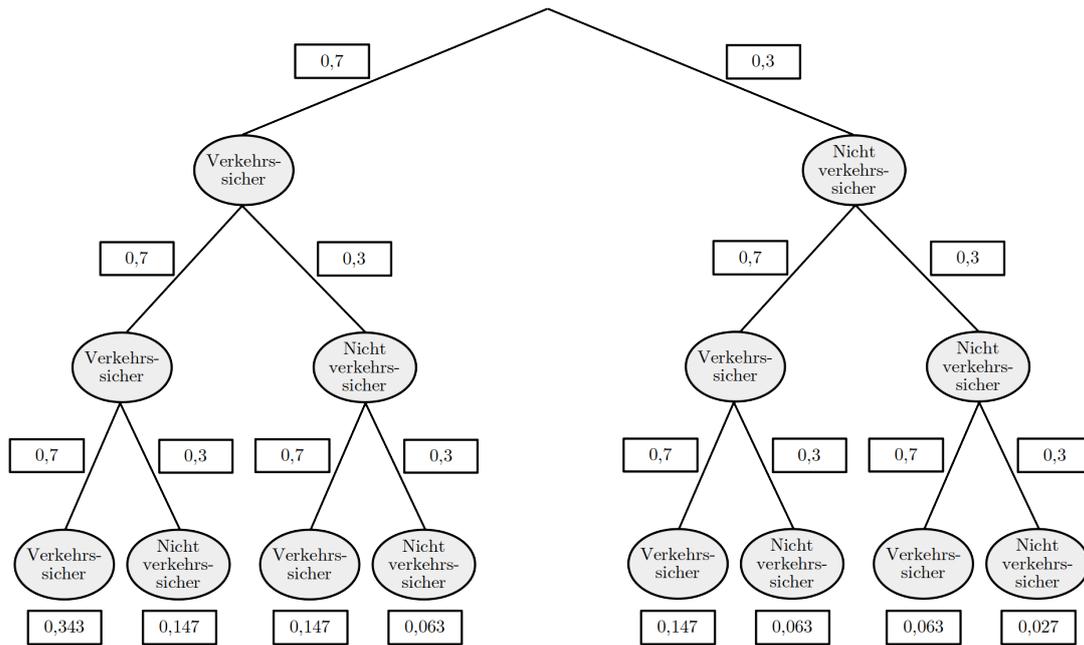
A4 Mithilfe des Baumdiagramms auf der nächsten Seite lassen sich die gesuchten Wahrscheinlichkeiten berechnen. Die Zahlen unter den Blattknoten sind die Wahrscheinlichkeiten, die sich durch die Multiplikationspfadregel berechnen lassen.

Für die Wahrscheinlichkeit, dass von drei Fahrrädern mindestens zwei nicht verkehrssicher sind, kann man die Wahrscheinlichkeiten der entsprechenden Ergebnisse addieren. Daraus ergibt sich:

$$\mathbb{P}(\text{Mind. zwei Fahrräder nicht sicher}) = 0,063 + 0,063 + 0,063 + 0,027 = 0,216 = 21,6\%$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass alle Fahrräder verkehrssicher sind, beträgt:

$$\mathbb{P}(\text{Alle Fahrräder sicher}) = 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,7 = 0,7^3 = 0,343 = 34,3\%$$



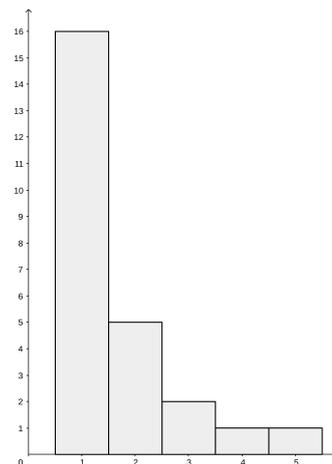
A5 Man kann feststellen, dass in einem Baumdiagramm eines mehrstufigen Zufallsversuchs, bei dem in jeder Stufe der gleiche Versuch ausgeführt wird, an jeder Verzweigung die gleichen Wahrscheinlichkeiten stehen. Analog zur Lösung von **A4** ergibt sich bei 25 Wiederholungen mit der Multiplikationspfadregel

$$\mathbb{P}(\text{Alle Fahrräder sicher}) = 0,7^{25} = 0,000134107 \approx 0,013\%$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass alle 25 Fahrräder verkehrssicher sind, liegt also bei ungefähr 0,013%.

B1 Die folgende Urliste verzeichnet die Besatzung in den beobachteten Autos: 1; 1; 1; 2; 1; 1; 3; 1; 2; 2; 1; 1; 1; 3; 1; 5; 1; 1; 2; 1; 2; 1; 1; 1; 4.

B2 Das rechts stehende Säulendiagramm visualisiert, wie oft welche Personenzahl pro Auto beobachtet wurde.



B3 Gefragt ist nach dem arithmetischen Mittel, also $\bar{x} = \frac{1}{25}(1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 3 + 1 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 3 + 1 + 5 + 1 + 1 + 2 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 4) = \frac{41}{25} = 1,64$. Durchschnittlich befinden sich also ein bis zwei Personen im Auto.

B4 Hier muss man die Anzahl der Plätze im Bus durch die durchschnittliche Zahl der Insassen eines Autos teilen, also

$$\frac{60}{1,64} = \frac{60}{\frac{41}{25}} = \frac{1500}{41} \approx 36,59.$$

Man kann also mehr als 36 Autos durch einen einzigen Bus einsparen.

Es kann darüber diskutiert werden, dass eine Busfahrt einer Autofahrt nicht gleichzusetzen ist, zum Beispiel hinsichtlich der Kriterien Schnelligkeit und Bequemlichkeit. Zudem gilt es zu berücksichtigen, dass manche Orte nicht ausreichend gut durch den öffentlichen Nahverkehr angeschlossen sind, wodurch das Fahren mit dem Auto gerechtfertigt werden kann.

Didaktischer Kommentar

Dieser Mathematische Spaziergang richtet sich an Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe 1 und befasst sich mit typischen Inhalten des Lernbereichs Stochastik. Vor Bearbeitung der Aufgaben sollten die Schülerinnen und Schüler eine Einführung in das Thema Datenerhebung erhalten haben. Sie sollten wissen, was eine Urliste ist, wie man die absolute und die relative Häufigkeit bestimmt, wie man ein Säulendiagramm zeichnet und wie man mithilfe von Baumdiagrammen und entsprechenden Pfadregeln Wahrscheinlichkeiten von Zufallsexperimenten berechnet.

Als Lernort eignet sich ein Ort, an dem es viele Fahrräder gibt, zum Beispiel an einem Bahnhof oder dem schuleigenen Fahrradstellplatz. Damit auch Aufgabenteil **B** bearbeitet werden kann, sollte sich in der Nähe eine gut beobachtbare kleine Straße befinden.

Inhaltlich sind die Aufgabenteile **A** und **B** voneinander getrennt. Sie können daher auch unabhängig voneinander bearbeitet werden. Während es in Aufgabenteil **A** um die Verkehrssicherheit von Fahrrädern geht, wird in Aufgabenteil **B** die Auslastung von Autos untersucht.

Wichtig ist in Aufgabenteil **A**, dass die Schülerinnen und Schüler keine fremden Fahrräder berühren. Daher wird in der Aufgabe zwischen verkehrssicher aussehenden und tatsächlich verkehrssicheren Fahrrädern unterschieden. Neben den mathematischen Inhalten lernen die Schülerinnen und Schüler hier, welche Elemente ein Fahrrad benötigt, um im Straßenverkehr als sicher zu gelten. Die Aufgabe soll dazu anregen, die eigenen Fahrräder auf Verkehrssicherheit zu untersuchen.

In Aufgabenteil **B** wird an einer Straße gearbeitet, weshalb ein besonderes Augenmerk auf die Sicherheit der Schülerinnen und Schüler gelegt werden muss. Lediglich für Teilaufgabe **B1** muss direkt an der Straße gearbeitet werden. Es bietet sich an, die übrigen Aufgaben an einem verkehrsberuhigten Ort oder im Klassenzimmer zu bearbeiten.