Mathematik im Rampenlicht

Untersuchungen an einer Rampe

Lösungsvorschlag

Hinweis: Diese Lösung wurde am Aufgang zur Kirche St. Margaretha in 53819 Neunkirchen-Seelscheid erstellt und stellt somit lediglich einen Lösungsvorschlag dar. Je nach Lernort weichen die Ergebnisse ab.

A1 Zur Berechnung der Rampensteigung *m* kann die folgende Formel verwendet werden:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{\text{Höhenunterschied}}{\text{waagerechte Strecke}}$$

Bei einer waagerechten Stecke von 5 Metern hat die Rampe eine Höhe von einem Meter. Damit ergibt sich $m = \frac{1}{5}$ und die Steigung beträgt 20 Prozent.

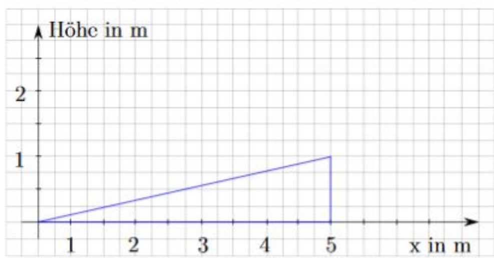
A2 Betrachtet man die Rampe von der Seite aus, kann ein rechtwinkliges Dreieck erkannt werden. Bei unserer Rampe muss die Hypotenuse bis auf den Boden verlängert werden, um ein vollständiges Dreieck zu erhalten. Dies kann zum Beispiel geschehen, indem man den Zollstock so an die Mauer anlegt, dass dieser eine Verlängerung der Mauer mit selber Steigung darstellt.

A3

Strecke (m)	1	2	3	4	5
Höhe (m)	0,2	0,4	0,6	0,8	1

Pro Meter, der auf die alte Meteranzahl addiert wird, erhöht sich die Höhe um 0,2 Meter. Da nach einem Meter eine Höhe von 0,2 Metern erreicht ist, ist die Steigung $m = \frac{1}{5}$.

A4



A5 Wenn die Rampe 18 Meter lang sein würde, wäre sie $18 \cdot 0,2 = 3,6$ Meter hoch.

A6 Vor einem naheliegenden Café wird eine Rollstuhlrampe mit einer Steigung von 6 Prozent gefunden. Das Verhältnis von der Steigung der Mauer zu der Steigung der Rollstuhlrampe beträgt

$$\frac{0,2}{0,06} = \frac{10}{3} = 3,\overline{3}$$

Die Steigung der Mauer ist also gut dreimal so groß wie die Steigung der Rollstuhlrampe.

B1 Die Katheten des rechtwinkligen Dreiecks, welches die Rampe in ihrer Seitenansicht darstellt, haben eine Länge von 12 m und 2,4 m. Damit ergibt sich ein Flächeninhalt von $\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 2,4 = 14,4$ Quadratmetern.

B2
$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$
$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$
$A_3 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{9}{10}$
$A_4 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{1}{5} = \frac{8}{5}$
$A_5 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{5}{5} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \frac{1}{5} = \frac{5}{2}$

B3 Der erste Faktor im Produkt ist bei jeder der fünf Flächenberechnungen $\frac{1}{2}$. Weiter fällt auf, dass sich der zweite Faktor im Zähler des dritten Faktors wiederfindet und dass im Nenner des dritten Faktors immer die Zahl 5 steht.

B4 Es kann die allgemeine Gleichung $A_D = \frac{1}{2} \cdot D \cdot D \cdot \frac{1}{5}$ (D ist die Länge der Grundseite eines Dreiecks in Metern) gefunden werden.
Nach Anwendung des Kommutativgesetzes folgt $A_D = \frac{1}{10} \cdot D^2$.

B5 Für das Volumen der Mauer berechnen wir zunächst den Flächeninhalt der Frontseite. Dieser lässt sich durch die Differenz des Flächeninhaltes des „Mauerdreiecks“ und des Flächeninhaltes des ergänzten Dreiecks an der Spitze berechnen. Wir nutzen die neu gelernte Formel aus Teilaufgabe **B3**.
Messungen ergaben, dass die Mauer 12 Meter lang ist. Der Flächeninhalt der Mauer berechnet sich durch

$$A_{12} = \frac{1}{10} \cdot 12 \cdot 12 = \frac{72}{5}$$

Die Aussparung misst 0,5 Meter in der Breite und 0,1 Meter in der Höhe. Somit ist

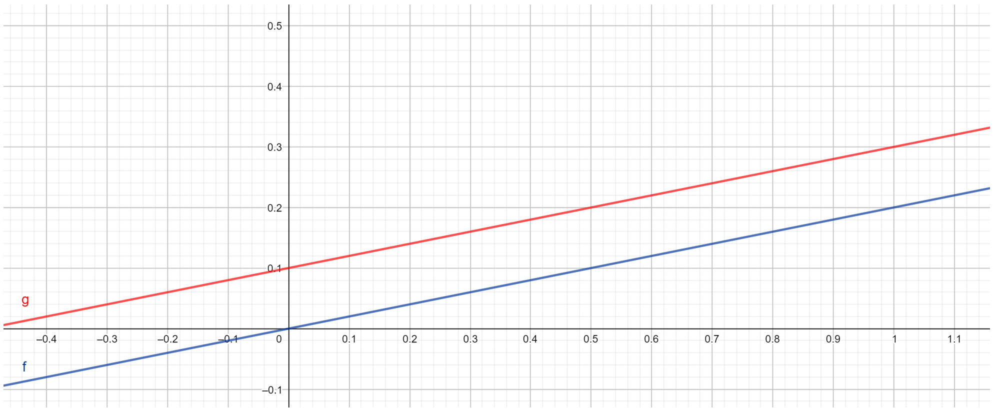
$$A_{0,5} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{40}$$

Der Flächeninhalt der Mauer ist also $A_{\text{Mauer}} = A_{12} - A_{0,5} = \frac{115}{8} \approx 14,38$ Quadratmeter groß. Die Breite der Mauer b muss durch Messungen ermittelt werden. Für $b = 0,5$ m ergibt sich ein Volumen von $\frac{115}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{115}{16} \approx 7,19$ Kubikmeter. Man bräuchte also 3 Container, um den Schutt wegtransportieren zu können.

C1 Die lineare Funktion *f* mit der Funktionsgleichung $f(x) = 0,2x$ beschreibt den Verlauf der Rampe. Der Steigungsfaktor $m = 0,2$ wurde bereits in Teilaufgabe **A1** berechnet.

C2 Bei Auftragung eines neuen Bodenbelages wird die Funktion um 10 cm nach oben verschoben. Den Verlauf der neuen Rampe stellt die Funktion g mit $g(x) = 0,2x + 0,1$ dar.

C3



Didaktischer Kommentar

In diesem Mathematischen Spaziergang, welcher sich an Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe 1 richtet, werden unterschiedliche Berechnungen an einer Rampe durchgeführt. Die Aufgabenteile **A** und **B** behandeln die Themen Flächen- und Volumenberechnung, Steigung und Verhältnisse und eignen sich daher für Schülerinnen und Schüler aus jüngeren Klassen. Der Aufgabenteil **C** kann nur durchgeführt werden, wenn den Schülerinnen und Schülern bewusst ist, was eine lineare Funktion ist, und wie man diese mithilfe eines Steigungsdreiecks modellieren kann.
Im Allgemeinen sollen die Schülerinnen und Schüler in diesen Aufgaben elementare mathematische Regeln und Verfahren (Messen, Rechnen, logisches Schließen) zum Lösen von anschaulichen Aufgaben verwenden. Sie erleben Dreiecke in der nahen Umgebung und entdecken neue Methoden (wie das Aufstellen einer Formel zur Flächenberechnung von rechtwinkligen Dreiecken). Ein großer Teil der Aufgabe besteht aber auch darin, bereits bekannte Verfahren in realitätsnahen Situationen anzuwenden. Somit entfällt ein Teil der im Unterricht obligatorischen Übungsstunden auf die Bearbeitung der Aufgaben des Spaziergangs. Für die Bearbeitung des Spaziergangs benötigen die Schülerinnen und Schüler einen Zollstock, Straßenkreide und Schreibmaterial.
Falls die Rampe an dem ausgewählten Lernort keine fünf Meter lang sein sollte, kann die Lehrkraft die Aufgabe (ab Teilaufgabe **A3**) entsprechend abwandeln und kürzere Strecken (z.B. halbe Meter statt ganze Meter entlang der x-Achse) abmessen lassen.