

Da geht mir ein Licht auf

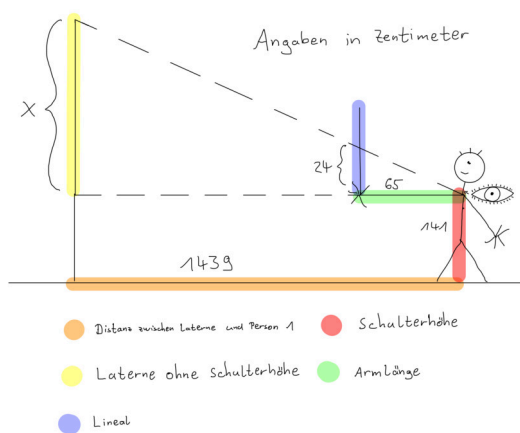
Geometrie einer Straßenlaterne

Lösungsvorschlag

Hinweis: Diese Lösung wurde an einem Laternenpfahl in Oidtweiler bei Aachen erstellt und stellt lediglich einen Lösungsvorschlag dar. Je nach Lernort weichen die Ergebnisse ab.

A1 Eine Schätzung für die Höhe des Laternenpfahls beträgt 6 Meter. Ein Auto mit einer Höhe von circa 1,50 Metern wurde für diese Schätzung als Vergleichsgröße herangezogen.

A2 Die Längen der gemessenen Strecken können der folgenden Abbildung entnommen werden:



Nach dem zweiten Strahlensatz gilt folgendes Verhältnis:

$$\frac{\text{Armlänge}}{\text{Distanz zwischen Laternenpfahl und Person 1}} = \frac{\text{abgelesener Wert auf Lineal}}{\text{Laternenpfahl ohne Schulterhöhe}}$$

Daraus folgt

$$\frac{65 \text{ cm}}{1439 \text{ cm}} = \frac{24 \text{ cm}}{x} \Leftrightarrow x = \frac{1.439 \text{ cm}}{65 \text{ cm}} \cdot 24 \text{ cm} \approx 531,32 \text{ cm}$$

Für die Höhe des Laternenpfahls h folgt $h \approx 531,32 \text{ cm} + 141 \text{ cm} \approx 672,32 \text{ cm}$. Die Höhe des Laternenpfahls beträgt circa 672,32 Zentimeter.

A3 Ein Problem bei dieser Messmethode ist, dass es zu Messfehlern kommen kann. Zum einen sind die gemessenen Abstände ungenau, da bei großen Distanzen das Messgerät (Zollstock/Maßband) mehrmals angesetzt werden muss. Zum anderen ergeben sich durch leichte Bewegungen des Arms und des Lineals verfälschte Messergebnisse. Zusätzlich kann es zu ungenauem Ablesen bei Person 2 kommen.

B1 Nach den Vereinfachungen kann der Laternenpfahl als Zylinder angesehen werden.

B2 Der Umfang des Laternenpfahles beträgt am Boden 33,3 Zentimeter. Mit dieser Angabe kann der Durchmesser des Laternenpfahles unter Verwendung folgender Formel berechnet werden: $U = 2 \cdot \pi \cdot r$. Setze $U = 33,3 \text{ cm}$ und erhalte $r \approx 5,305 \text{ cm}$. Damit beträgt der Durchmesser $d \approx 10,61 \text{ cm}$.

B3 Die Mantelfläche des Laternenpfahls M mit Umfang U und Höhe h kann wie folgt berechnet werden:

$$M = U \cdot h = 33,3 \text{ cm} \cdot 672,32 \text{ cm} \approx 22388,26 \text{ cm}^2 \approx 2,24 \text{ m}^2$$

Die Mantelfläche des Laternenpfahls beträgt ungefähr 2,24 Quadratmeter.

B4 Das Volumen des Laternenpfahls V kann als Produkt des Flächeninhalts der Grundfläche A und der Höhe h bestimmt werden. Für A gilt:

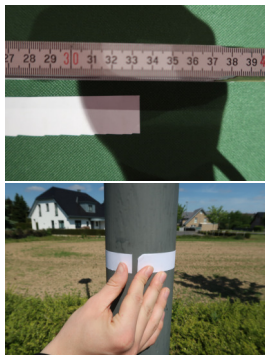
$$A = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi \cdot \left(\frac{10,6 \text{ cm}}{2}\right)^2 \approx 88,25 \text{ cm}^2$$

Damit gilt für das Volumen:

$$V = A \cdot h = 88,25 \text{ cm}^2 \cdot 672,32 \text{ cm} \approx 59332,24 \text{ cm}^3 \approx 59,33 \text{ dm}^3 = 59,33 \text{ l}$$

Das Volumen des Laternenpfahls beträgt ungefähr 59,33 Kubikdezimeter.

C1 und C2



Bei der Messung in Teilaufgabe **B2** und der Zeichnung des Rechtecks können Ungenauigkeiten aufgetreten sein. Daher kann es passieren, dass das Rechteck nicht exakt einmal um den Laternenpfahl herumpasst. Des weiteren muss beachtet werden, auf welcher Höhe das Rechteck um den Laternenpfahl gelegt wird. Für die Aufgabe durfte angenommen werden, dass der Laternenpfahl überall gleich dick ist, was in der Realität jedoch oftmals nicht der Fall ist. So kann es sein, dass das Rechteck am Fuß der Laterne einmal um den Pfahl passt, an einer höheren Stelle jedoch nicht.

Didaktischer Kommentar

Das Lernziel dieses Mathematischen Spazierganges ist es, dass die Schülerinnen und Schüler eine Methode kennenlernen, mit der man die Höhe eines Gegenstandes (in diesem Fall einer Straßenlaterne) ermitteln kann, welcher zu groß ist, um diesen mit einem Zollstock oder Maßband zu erfassen. Außerdem sollen das Volumen und die Oberfläche eines Zylinders berechnet werden.

Die Lehrkraft sollte als Vorbereitung Laternen finden, für die es möglich ist, die Methode der Stockpeilung mit ausreichender Sicherheit und genügend Platz durchzuführen. Diese Aufgabe ist für Schülerinnen und Schüler am Ende der Sekundarstufe 1 konzipiert. Sie beschäftigt sich mit Strahlensätzen sowie der Oberflächen- und Volumenberechnung eines Zylinders. Die Berechnung der Höhe mithilfe der Stockpeilung in Teilaufgabe **A2** hilft den Schülerinnen und Schülern dabei, die Voraussetzungen des zweiten Strahlensatzes zu verinnerlichen.

Zur Vereinfachung dürfen die Schülerinnen und Schüler in Aufgabenteil **B** annehmen, dass der Laternenpfahl überall den gleichen Durchmesser hat. Falls am Ende des Spazierganges noch Zeit ist, können die Schülerinnen und Schüler in Aufgabenteil **C** überprüfen, ob diese Annahme für ihre Laterne stimmt. Hier können auch Einflüsse von Messfehlern diskutiert werden.