Hier kreuzen sich die Wege

Statistische Untersuchungen im Straßenverkehr

Lösungsvorschlag

Hinweis: Diese Lösung wurde an einer Straßenkreuzung in Wesseling (Kreuzung Dreilindenstraße und Konrad-Adenauer-Straße) erstellt und stellt lediglich einen Lösungsvorschlag dar. Je nach Lernort weichen die Ergebnisse ab.

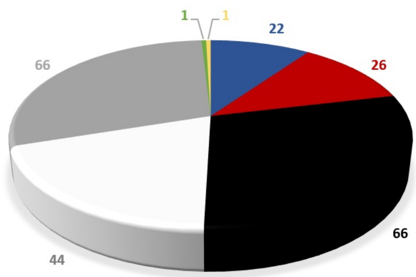
A1 In dieser Teilaufgabe sollen zunächst Rohdaten gesammelt werden. Im Experiment hat sich gezeigt, dass es verschiedene Grau- und Silbertöne, wie zum Beispiel Anthrazit, gibt, sodass eventuell eine Unterscheidung sinnvoll ist. Um vergleichbare Daten zu erhalten, muss dies vorab in der gesamten Gruppe entschieden werden. Die Daten dieser Teilaufgabe können der Häufigkeitstabelle in Teilaufgabe **A2** entnommen werden.

A2 Das Überführen der Daten in eine Häufigkeitstabelle liefert Zahlen, mit denen im Anschluss einfacher gerechnet werden kann. Der Stichprobenumfang beträgt hier 226 Autos. Die Zahlen, die sich ergeben, sind die absoluten Häufigkeiten der Merkmalsausprägungen. Mithilfe des Stichprobenumfangs berechnen die Schülerinnen und Schüler außerdem die relativen Häufigkeiten.

Farbe	Blau	Rot	Schwarz	Weiß	Silber/Grau	Grün	Gelb
absolute Häufigkeit	22	26	66	44	66	1	1
relative Häufigkeit	0,10	0,12	0,29	0,19	0,29	0.04	0.04

A3 Der Modalwert gibt die Merkmalsausprägung mit der größten Häufigkeit an. In dieser Zählung ist er nicht eindeutig, da zwei Merkmalsausprägungen (schwarz und silber/grau) mit derselben maximalen Häufigkeiten auftreten.
Weil Farben qualitative Merkmale sind, können das arithmetische Mittel und der Median nicht berechnet werden. Beispiele für quantitative Merkmale sind Einkommen, Körpergewicht oder Sprungweiten. Quantitative Merkmale sind auf einer metrischen Skala messbar und vergleichbar. Deshalb können das arithmetische Mittel und der Median hier berechnet werden.

A4 Säulendiagramme eignen sich besonders für die Darstellung von Rangfolgen und den Vergleich von Anzahlen oder Häufigkeiten. Für die Darstellung von Verteilungen und Anteilen (diskreter Daten) werden oftmals Kreisdiagramme genutzt, wenn die Anzahl der untersuchten Merkmalsausprägungen nicht zu groß und die relativen Häufigkeiten nicht zu klein sind. Hier ist deshalb ein Kreisdiagramm gut geeignet.



A5 Im Kreisdiagramm ist gut erkennbar, dass die Farben grau, schwarz und weiß in der Stichprobe besonders beliebt sind. Ein Vergleich der absoluten und relativen Häufigkeiten fällt mithilfe des Diagramms leicht, da die Verteilung hier sehr schnell erfasst werden kann.

A6 Die Schülerinnen und Schüler spielen das Spiel.

A7 Die folgende Tabelle stellt eine Möglichkeit dar, Gewinne und Verluste festzulegen. Dabei müssen nicht alle zuvor aufgetretenen Farben aufgenommen werden.
Die im Experiment aufgetretenen Anzahlen und die daraus resultierenden Gewinne und Verluste sind ebenfalls in der Tabelle angegeben. Die Tabelle gibt die Punktzahlen von Person A an.

Farbe	Blau	Rot	Schwarz	Weiß	Silber/Grau	Grün
Gewinn	-2	+3	+2	+1	-1	-6
Anzahl	10	14	28	20	41	1
Gewinn	-20	+42	+56	+20	-41	-6

Damit ergibt sich hier ein Gesamtgewinn von 51. Mögliche Gründe für hohe Gewinne oder Verluste sind die gewählten Einsätze für das Spiel. Da schwarze und rote Autos häufig vorkommen und hier Pluspunkte geben, erhalten wir hier insgesamt eine deutlich positive Punktzahl für Person A.

A8 Bei unserem Spiel wurden 114 Fahrzeuge beobachtet. Wir berechnen den erwarteten Gewinn mit den relativen Häufigkeiten aus Teilaufgabe **A2**:

$$(-2) \cdot 0,1 \cdot 114 + 3 \cdot 0,12 \cdot 114 + 2 \cdot 0,29 \cdot 114$$
$$+1 \cdot 0,19 \cdot 114 + (-1) \cdot 0,29 \cdot 114 + (-6) \cdot 0,04 \cdot 114 = 45,6$$

Der erwartete Gewinn (bei der Beobachtung von 114 Autos) beträgt demnach $45,6$ Punkte. Weit weg waren wir davon bei unserem Experiment nicht.

B1 In dieser Lösung geben wir nur die Daten für eine beobachtete Ampel an:

Beobachtung	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Anzahl der wartenden Autos	4	6	3	7	4	8	2	6	4	5	3	7	2	5

B2 Die aufgetretenen Häufigkeiten sind in der folgenden Tabelle eingetragen.

Anzahl Autos	Absolute Häufigkeit	Relative Häufigkeit
1	0	0
2	2	0,14
3	2	0,14
4	3	0,21
5	2	0,14
6	2	0,14
7	2	0,14
8	1	0,07

Für unsere Ampel beträgt die Spannweite 6.

B3 Die Berechnung des Medians und des arithmetischen Mittels sind möglich, weil es sich bei der Anzahl der wartenden Autos um ein quantitatives Merkmal handelt. In unserer Datenreihe beträgt der Median $m = \frac{4+5}{2} = 4,5$.
Der arithmetische Mittelwert beträgt $\bar{x} = \frac{2+2+3+3+4+4+4+5+5+6+6+7+7+8}{14} = \frac{66}{14} \approx 4,71$.

B4 Der Median ist unempfindlich gegen einzelne Ausreißer. Ändert sich der kleinste oder der größte Wert, so bleibt der Median dennoch unverändert. Man sagt, dass der Median ein robustes Lagemaß ist. Sein Nachteil ist, dass der Datensatz zur Berechnung sortiert sein muss. Bei sehr großen Stichproben kann das sehr aufwändig sein.
Der arithmetische Mittelwert ist etwas schneller zu berechnen als der Median. Insbesondere bei großen Stichproben kann ohne Sortierung der Daten direkt gerechnet werden. Der arithmetische Mittelwert reagiert jedoch stark auf Ausreißer.

B5 Die Aufgabe ist sehr offen formuliert, da die möglichen Einflüsse auf die Ampelschaltung sehr vielfältig sind und hier nicht vollständig abgebildet werden können.
Ob der Median oder das arithmetische Mittel wichtiger ist, lässt sich nicht pauschal beantworten. Die Entscheidung ist von den erhobenen Daten abhängig. Die in Teilaufgabe **B4** diskutierten Vor- und Nachteile können eine Hilfestellung sein. Aufgrund der Robustheit des Medians ist dieser hier in der Regel die geeignetere Kenngröße. Da die Stichprobe nicht zu groß ist, kann sein Nachteil vernachlässigt werden.
Äußere Einflüsse sind beispielsweise die Uhrzeit und der Wochentag der Erhebung. Diskutiert werden kann hier die Frage, ob die Schaltung immer gleich sein sollte. Wichtig ist auch die Überlegung, wodurch die Grün- und Rotphasen festgelegt werden: Gibt es einen zeitlich festgelegten Rhythmus, wird die Ampel erst grün, wenn sich ein Fahrzeug nähert oder haben die Fußgängerampeln etwas damit zu tun?
Zu bedenken ist zudem, dass eine Entscheidung über eine Ampelschaltung nicht nur eine Kreuzung betrifft. Sie wirkt sich auch auf den Verkehrsfluss an weiteren Verkehrsknotenpunkten aus. Um schließlich eine Entscheidung treffen zu können, müssten also weitere Aspekte mit einbezogen und längere Beobachtungen durchgeführt werden.

Didaktischer Kommentar

Diese Aufgabe ist für Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe 1 konzipiert und behandelt das Themenfeld der deskriptiven Statistik. Ziel ist es, den Schülerinnen und Schülern den Unterschied zwischen qualitativen und quantitativen Merkmalen zu verdeutlichen und die Berechnung verschiedener Kennwerte zu üben. Als Lernort ist eine Kreuzung aus drei oder vier Straßen vorgesehen, wobei diese mit Ampeln versehen sein müssen, da hier die wartenden Autos der einzelnen Rotphasen betrachtet werden sollen. Bei der Wahl des Lernortes muss unbedingt darauf geachtet werden, dass sich die Schülerinnen und Schüler nicht in Gefahr bringen können. Für die Diskussionsphasen sollte die Möglichkeit des Austauschs an einem nahegelegenen sicheren Ort, beispielsweise auf einer Wiese, bestehen.

Aufgabenteil **A** beschäftigt sich mit qualitativen Merkmalen der deskriptiven Statistik. Dieser Aufgabenteil kann durchgeführt werden, sobald grundlegende Begriffe wie die absolute und relative Häufigkeit, der Modalwert, sowie Kreis- und Säulendiagramme bekannt sind. In der Aufgabe geht es um den Umgang mit selbst erhobenen Rohdaten qualitativer Merkmale und deren Interpretation. Um die erhobenen Daten zu veranschaulichen, stellen die Schülerinnen und Schüler diese in einem Kreis- oder einem Säulendiagramm dar. Da sie sich zwischen der Darstellung in einem Kreis- und einem Säulendiagramm entscheiden müssen, erkennen sie, dass verschiedene Darstellungsformen in unterschiedlichen Kontexten sinnvoll sind.

Im Unterricht können anschließend weitere Kennwerte, wie der Erwartungswert und die Varianz, behandelt werden. Den Anstoß dazu liefert bereits die Teilaufgabe **A8**, in welcher die Schülerinnen und Schüler den erwarteten Gewinn eines Spiels berechnen. Auf diese Weise können die Erkenntnisse der Aufgabe zu einem späteren Zeitpunkt nochmal eine Rolle im Unterricht spielen. Definitionen fallen dann eventuell leichter, da die Schülerinnen und Schüler durch die intensive Beschäftigung mit den selbst erstellten Daten eine konkrete Situation mit den Begriffen verknüpfen können und eine Intuition bereits vorhanden ist.

In Aufgabenteil **B** werden einige grundlegende Begriffe behandelt und wichtige Kennwerte auf Grundlage selbst gesammelter Rohdaten berechnet. Hier wird darauf eingegangen, wie durch die berechneten Werte Entscheidungen beeinflusst werden können. Dazu wird zum Ende der Aufgabe eine Diskussion angeregt. In Teilaufgabe **B5** sollte insbesondere klar werden, wie komplex eine Entscheidungsfindung, die auf statistischen Daten beruht, sein kann. Die Teilaufgabe kann gut mit einem Spaziergang in der näheren Umgebung verknüpft werden. Die Schülerinnen und Schüler finden so zum Beispiel andere Ampeln, einen Bahnhof, eine Autobahnausfahrt oder Bahnübergänge, die von der Ampelschaltung beeinflusst werden können.

Hinweis: Die Beobachtungszeit in Teilaufgabe **B1** kann gegegebenfalls verlängert werden, falls die Ampelschaltung so eingestellt sein sollte, dass innerhalb von 10 Minuten nicht ausreichend viele Ampelphasen beobachtet werden können.