

Sekundarstufe I Analysis

- Lineare Funktionen
- Proportionalität
- Steigung

Material

Kreide, Schreibmaterial, Zollstock, Geodreieck, Taschenrechner

Zeit

90 Minuten

Lernort

Steiler Wald- oder Feldweg, mindestens 30 Meter lang



Ausgerechnet schräg

Steigung von Wegen

In vielen Orten gibt es steile Straßen und Wege. Das Maß der Steigung kann dabei sehr stark variieren. In bergigen, südlichen Regionen gibt es oftmals steilere Straßen als beispielsweise im Norden Deutschlands. Die steilste Straße Deutschlands befindet sich in Deesbach, einem kleinen Ort in Thüringen. Diese hat eine Steigung von 25,3 Prozent. Gibt es in deiner Umgebung auch steile Straßen? Kannst du abschätzen, wie groß deren Steigung ist?

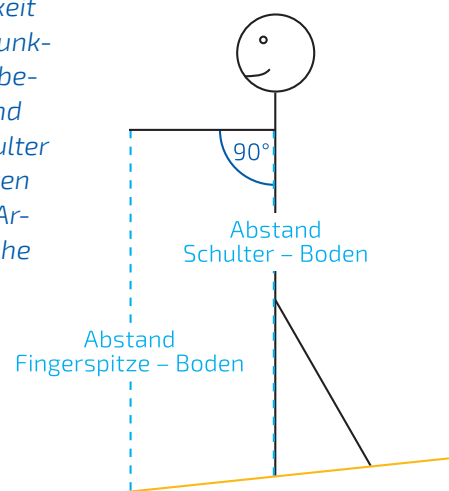


In dieser Aufgabe beschäftigst du dich mit dem Verlauf eines steilen Weges. Stelle dir vor, der Weg solle zu einer Straße ausgebaut werden, die möglichst geradlinig (d. h. mit konstanter Steigung) verläuft. Dafür wirst du im Folgenden die Steigung des Weges und einige andere Größen berechnen.

A1 Skizziere den Höhenverlauf des Weges in einem zweidimensionalen Koordinatensystem. Markiert dazu zunächst mit Kreide eine Stelle auf dem Weg, die ihr mit dem Koordinatenursprung identifiziert, sodass der Weg von diesem Punkt bergauf geht. Die x-Achse soll die Horizontalentfernung in Metern und die y-Achse die Höhe in Metern darstellen. Markiert ebenfalls das Ende des Wegabschnittes, den ihr betrachtet. Bestimmt anschließend mindestens sechs Punkte der „Wegfunktion“ f . Notiert die Ergeb-

nisse in einer Wertetabelle (Horizontalentfernung in Metern $\rightarrow$ Höhe in Metern) und übertrage die Werte in ein Koordinatensystem.

Hinweis: Eine Möglichkeit zur Bestimmung von Punkten der „Wegfunktion“ besteht darin, den Abstand zum Boden an der Schulter und an den Fingerspitzen eures ausgestreckten Armes zu bestimmen (siehe Abbildung).



A2 Ist die Zuordnung (*Horizontalentfernung in Metern* → *Höhe in Metern*) proportional? Wie kann man das anhand der Wertetabelle und anhand der Punkte im Koordinatensystem überprüfen?

A3 Betrachte und beschreibe den Verlauf des Weges nun genauer. Folgende Fragen kannst du dir stellen:

- Steigt der Weg immer gleichmäßig an?
- Wo ist die Steigung größer / kleiner?
- Ist die Funktion, die durch den Weg beschrieben wird, abschnittsweise linear?



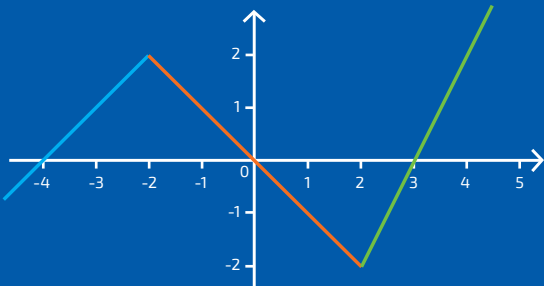
Weißt du noch?

Zwei Größen heißen **proportional** zueinander, wenn sie sich in gleichem Maße verändern: Verdoppelt (oder halbiert) man die eine Größe, so verdoppelt (bzw. halbiert) sich auch die andere Größe. Ein proportionaler Zusammenhang kann als Funktion aufgefasst werden. Diese hat die allgemeine Form $y = mx$. Dabei sind x und y die beiden Größen und m der Proportionalitätsfaktor. Im Unterschied dazu heißt eine Funktion **linear**, wenn sie der allgemeinen Form $y = mx + b$ genügt.

Wusstest du schon?

Eine Funktion heißt abschnittsweise linear, wenn sie sich aus mindestens zwei Teil-Funktionen zusammensetzt, die innerhalb eines definierten Intervalls linear sind. Beispiel:

$$f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -2 \\ -x, & -2 \leq x < 2 \\ 2x-6, & 2 \leq x \end{cases}$$



Im Folgenden sollst du eine proportionale Funktion finden, welche den Wegverlauf annähert. Diese Funktion soll den Verlauf der künftigen Straße beschreiben.

B1 Zeichne in das Koordinatensystem aus Teilaufgabe **A1** eine lineare Funktion g ein, welche deinen Weg näherungsweise beschreibt.

B2 Finde eine Funktionsvorschrift der Form $g(x) = mx + b$, durch welche sich die Funktion g beschreiben lässt.

Stelle dir vor, dass ein Kind mit seinem Fahrrad die neu gebaute Straße hinauffahren möchte. Da die Steigung der Straße zu groß ist, lässt das Kind sein Fahrrad auf einer Höhe von einem Meter stehen und geht den Rest zu Fuß.

B3 Bestimme die Länge der Strecke, die das Kind bereits mit dem Fahrrad zurückgelegt hat. Wie viele Meter muss das Kind noch zu Fuß gehen, um das in Teilaufgabe **A1** bestimmte Wegende zu erreichen? Löse zeichnerisch und rechnerisch. Überprüfe deine Rechnung anschließend durch eine Messung vor Ort.

C1 Nach Abschluss der Bauarbeiten soll ein Schild (ähnlich wie in der Abbildung) am Wegesrand aufgestellt werden. Was bedeutet die Zahl auf dem Schild?



C2 Welche Zahl müsste auf dem Schild abgebildet sein, das am Fuße der neu gebauten Straße aufgestellt wird?

C3 Die Baldwin Street (Dunedin, Neuseeland) wird im Guinness-Buch der Rekorde als steilste Straße der Welt geführt. Ihre Steigung beträgt 34,8 Prozent. Um wie viel Meter Höhe nimmt sie zu, wenn man die Straße entlang einen Meter aufwärts geht? Versucht euch die Steigung an eurem Lernort vorzustellen, indem ihr zum Beispiel einen Zollstock anhaltet.

C4 Diskutiert, wie realistisch es ist, dass an eurem Lernort tatsächlich eine Straße entsteht, die einer linearen Funktion entspricht.



Unterstützt durch:

hausdorff
CENTER FOR MATHEMATICS

JOACHIM
HERZ
STIFTUNG

