

**Sekundarstufe 2**  
**Analysis und Geometrie**

Die **Aufgabenteile A und B** können bereits in der **Sekundarstufe 1** absolviert werden.

- Symmetrie
- Fibonacci-Folge
- goldener Schnitt

**Material**

Schreibmaterial, Geodreieck, Schnur, gegebenenfalls eine Taschenlampe, gegebenenfalls ein Buch / eine App zur Pflanzenbestimmung

**Zeit**

90 Minuten

**Lernort**

Botanischer Garten oder eine Wiese mit verschiedenen blühenden Pflanzen

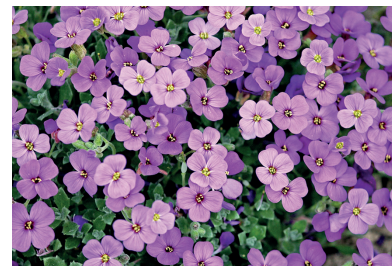
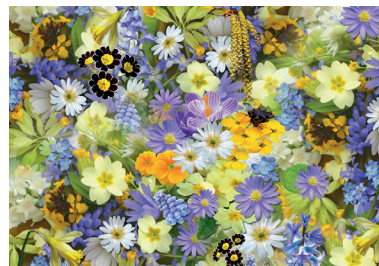
**Bemerkung**

Gehe schonend mit der Natur um und versuche möglichst keine Pflanzen zu beschädigen.

# Goldene Schnittblumen

## Symmetrie und Blattstellung von Pflanzen

*Auf der Erde gibt es rund 250 000 verschiedene Blumenarten. Obwohl jede ein bisschen anders aussieht, weisen viele Blumen gemeinsame Merkmale auf. Ist dir zum Beispiel bei der Betrachtung verschiedener Blüten schon einmal aufgefallen, dass viele symmetrisch aufgebaut sind?*



*In dieser Aufgabe wirst du verschiedene Blüten genauer auf ihre Symmetrie hin untersuchen. Unter Symmetrie verstehen wir das Vorhandensein von Regelmäßigkeiten und Wiederholungen. In der Natur treffen wir sehr häufig auf Symmetrien, besonders auf die Dreh- und die Achsensymmetrie.*

**A1** Finde je einen Blütenstand mit zygomorphen, disymmetrischen und radiärsymmetrischen Blüten. Zeichne die Blüten ab und zeichne sämtliche Symmetrieachsen ein. Kannst du herausfinden, zu welchen Pflanzenarten die Blüten gehören?

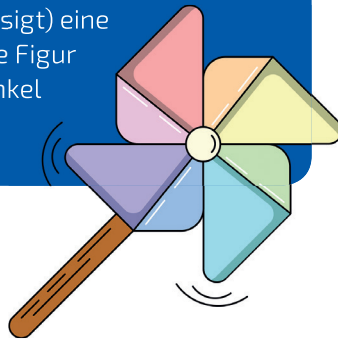
### Wusstest du schon?

Die Botanik (Pflanzenkunde) klassifiziert achsensymmetrische Blüten abhängig von der Anzahl ihrer Symmetrieachsen. Eine Blüte ist zygomorph, wenn sie genau durch eine Symmetrieachse in zwei spiegelbildliche Hälften zerlegt werden kann. Können durch eine Blüte zwei Symmetrieachsen gelegt werden, so ist sie disymmetrisch, bei mehr als zwei Achsen ist sie radiärsymmetrisch.



### Wusstest du schon?

Eine Figur, die durch Drehung um einen Punkt (um weniger als  $360^\circ$ ) auf sich selbst abgebildet wird, heißt drehsymmetrisch. Beispielsweise ist ein Windrad (wenn man die Farben vernachlässigt) eine drehsymmetrische Figur mit einem Drehwinkel von  $90^\circ$ .



**A2** Finde einen Blütenstand mit drehsymmetrischen Blüten und bestimme den Drehwinkel.

**A3** Vergleiche die beiden Symmetriearten aus den Teilaufgaben **A1** und **A2**. Gibt es achsensymmetrische Blüten, die gleichzeitig drehsymmetrisch sind?

Phyllotaxis bezeichnet die Lehre von der Blattstellung. Sie bezieht sich auf einen Bereich der Pflanzenkunde, der sich mit der Anordnung der Blätter an einem Pflanzenstängel befasst. Eine wichtige Feststellung ist, dass das Wachstum

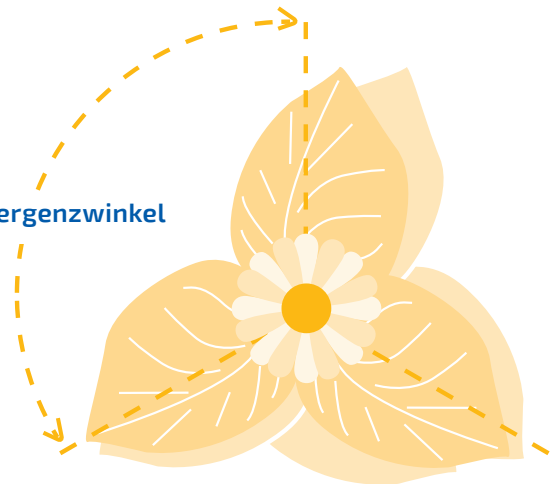
### Wusstest du schon?

Pflanzenarten werden aufgrund von äußerlichen oder genetischen Merkmalen zu Familien zusammengefasst. Einige Stellvertreter für die wichtigsten Pflanzenfamilien sind: Sellerie (Familie der Doldenblütler), Weizen (Familie der Süßgräser), Sonnenblume (Familie der Korbblütler), Kohlrabi (Familie der Kreuzblütler), Melone (Familie der Kürbisgewächse), Zwiebel (Familie der Liliengewächse), Tomate (Familie der Nachtschattengewächse), Erbse (Familie der Schmetterlingsblütler) und Pfefferminze (Familie der Lippenblütler).

von Pflanzen offensichtlich präzisen mathematischen Bedingungen folgt. Regelmäßige Blattstellungen haben für die Pflanzen durchaus einen Vorteil, da hier eine möglichst große Lichtausbeute resultiert, welche die Pflanzen wiederum für die Photosynthese benötigen. Jede Pflanze besitzt bei der für sie spezifischen Blattstellung einen eigenen charakteristischen Drehwinkel, auch Divergenzwinkel genannt. Dies ist der Winkel zwischen zwei aufeinanderfolgenden Blättern an einem Pflanzenstängel.

**B1** Suche dir drei Pflanzen aus unterschiedlichen Pflanzenfamilien aus. Kannst du die Namen der Pflanzenfamilien herausfinden? Schätze die Größe des Winkels zwischen zwei aufeinanderfolgenden Blättern.

### Divergenzwinkel



**B2** Einigt euch nun in Partnerarbeit auf eine Pflanze und diskutiert, wie ihr den Winkel zwischen zwei aufeinanderfolgenden Blättern bestimmen könnt, ohne dabei die Pflanze zu beschädigen. Führt eure Methode anschließend durch.

Die am häufigsten vorkommenden Divergenzwinkel  $D_n$  lassen sich mit folgender Formel angeben:

$$D_n = \left( \frac{f_n}{f_{n+2}} \right) \cdot 360^\circ$$

Dabei ist  $f_n$  die  $n$ -te Fibonacci-Zahl. Die ersten beiden Fibonacci-Zahlen sind 1 und 1. Danach ist die nächste Fibonacci-Zahl gleich der Summe der beiden vorangegangenen. Anders ausgedrückt:  $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$  mit den Startwerten  $f_1 = 1$  und  $f_2 = 1$ .


**C1** Gib die ersten zehn Fibonacci-Zahlen an.

Am einfachsten lässt sich der Blattstellungsquotient

$$\left( \frac{f_n}{f_{n+2}} \right)$$



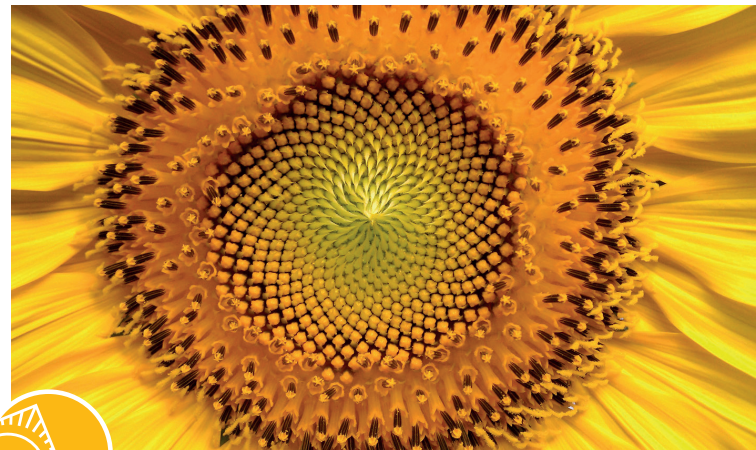
bestimmen, indem die Blätter ihrer Reihenfolge nach von unten nach oben durch eine Schnur verbunden werden, die dann als Blattstellungsspirale um den Stängel herumläuft. Nummerierst du die Blätter durch und beginnst bei Null, so ist der Nenner des Bruches die Zahl des Blattes, welches über dem mit Null bezeichneten steht. Der Zähler ist die Anzahl der vollständigen Umläufe der Spirale um den Stängel zwischen dem nullten und dem genau darüber liegenden Blatt.

**C2**  Bestimmt in Partnerarbeit die Blattstellungsquotienten und die Divergenzwinkel von drei Pflanzen aus unterschiedlichen Familien mithilfe der oben beschriebenen Methode. Tauscht euch mit euren Mitschülerinnen und Mitschülern darüber aus, welche Blattstellungsquotienten ihr gefunden habt und welche weiteren existieren.

**C3** Nähert sich die Zahlenfolge  $D_n$  einem bestimmten Winkel an? Wenn ja, gib diesen näherungsweise an.

**Zusatzaufgabe**

Schaue dir den Fruchtstand der Sonnenblume in der folgenden Abbildung genauer an. Erkennst du, dass die Kerne in spiralförmigen Linien angeordnet sind? Zähle nach, wie viele Spiralen mit dem Uhrzeigersinn laufen und wie viele dagegen. Kommen dir die Zahlen bekannt vor?



Unterstützt durch:

**hausdorff**  
CENTER FOR MATHEMATICS

